

附件五

花蓮縣第62屆國民中小學科學展覽會 作品說明書

科別：物理科

組別：國小組

作品名稱：義大利麵之扭力係數與組合構造相關性研究

關鍵詞：3D 列印、扭力係數、義大利麵（最多3個）

編號：

製作說明：

- 1.說明書封面僅寫科別、組別、作品名稱及關鍵詞。
- 2.封面編排由參展作者自行設計。

摘要

扭轉與斷裂過程在自然界中無處不在，從不同的剛性材料之耐震特性至飲食中的麵體筋道口感。我們觀察到市售義大利麵標示不同快煮時間，從而研究其麵體之不同組合構造(細麵接合成雙棍、三角、與四面型麵體)，是否導致不同的扭力係數；同時，並自製一套扭力係數量測設備，研究其扭力係數與麵體長度、組合構造之關係，並以玉米纖維(PLA)材料3D 列印不同的組合構造之係線，以驗證實驗結果；進而發現扭力係數隨組合數增加而增加，麵體扭力量測與斷裂極限約在總長1/3處，呼應了著名物理學家理查·費曼所觀察義大利麵總是在施力下斷裂成三塊之世紀未解之謎。藉由本次實驗模型建立與分析技術之提出，可在未來為物理學提供更豐富的研究課題與更廣闊的研究前景。

壹、前言

1、文獻回顧

在自然環境和人造物質中我們可以發現具有彈性的長桿無處不在，從樹木、筷子、骨骼、與一般食用的麵體，其不同長度與幾何構造下，皆具有重要的物理和生物功能。當彈性長桿兩端置於極端應力時(如壓縮施力、緊縮拉伸施力、彎曲施力、與扭轉施力)，這些材料的結構穩定性最終會受到其單個纖維或管狀成份的斷裂行為的限制，導致斷裂。其相關彈性長桿斷裂的研究工作在過去的二十年中已蓬勃發展[1-2]。而彎曲誘導的彈性長桿碎裂也已經被徹底研究，但因扭轉對斷裂過程的作用尚未闡明，其原因可能在於彈性長桿的扭力量測並無較明確的方法與解釋。

這兩個基本問題與理查·費曼 (Richard Feynman) 的著名觀察直接相關[3]，Christopher Sykes 在 *No Ordinary Genius* 這本書中[3]，針對費曼有這麼一段的回憶：他倆在廚房煮義大利麵條，卻無意中發現乾的義大利麵條在彎曲時，總是斷成三截或者更多，而不是直覺告訴我們的兩截。結果 Feynman 麵也不吃了，嘗試了一晚的實驗，掰斷了無數根麵條，也無法找到一個合理的解釋。而在2005年，法國的科學團隊 B. Audoly 與 S. Neukirch 研究小組對於“費曼折義大利麵的實驗”進行研究，並發表於物理評論快報 (Physical Review Letters) [1]，雖然他們也無法將義大利麵折成兩段，但是卻發現了其中的斷成三折的道理：他們發現彎曲力矩釋放後會產生彎曲波，引起局域曲率增加達到零界點，造成進一步的斷裂，如下圖1所示，實驗觀測與理論計算有很好的吻合。也就是說，初始斷裂（分成兩截）後，由於彎曲力矩釋放回彈會產生彎曲波造成局域曲率增加，

導致其中至少一段的進一步斷裂。費曼沒想明白的問題，至此終於有了答案。

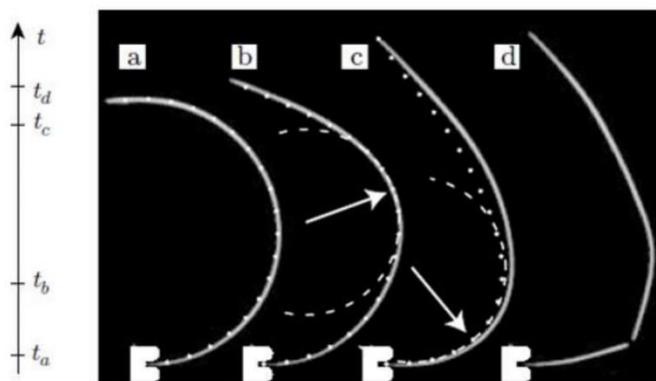


圖1: 彎曲力矩釋放後麵條的示意圖；箭頭所示處，顯示局部區域之曲率增加，超過零界點，造成義大利麵進一步斷裂 [1]。

2012 年倫敦奧運會期間也同樣發生了一個值得關注的例子[4]，一名古巴撐桿跳運動員 Lazaro Borges 在男子十項全能撐竿跳競賽中，試圖跳過 5.35 米時，他的桿子斷成了三個大塊，即是熟知的撐竿彈性長桿骨折現象，如圖2所示，照片擷取自 YouTube [4]。相關媒體後續報導，亦指出這起斷竿的意外，疑似撐竿過於品質不佳，上面早有裂痕；而 Lazaro Borges 插竿起跳時，所施給撐竿的橫向壓力太大，也可能是導致撐竿斷裂的原因。



圖2: 古巴撐桿跳運動員 Lazaro Borges 於奧運跳高發生桿子斷成了三段的事件[4]。

而如何將義大利麵折成兩段，並解釋其機制呢？則要一直到2018年，麻省理工學院的數學家 John Dunkel 團隊，他們經過多次試驗終於找到了方法，並且把這項研究成果發表在了《美國國家科學院院刊》的雜誌上[5]，如圖3(a)-(b)所示，他們發現將義大利麵扭轉100度時，再進行彎折，義大利麵就會斷成三截，而當扭轉至330度再彎折時，如圖3(c)-(d)，義大利麵就會斷成兩段而不是三截！而圖3(e)-(f)則是其統計結果，發現扭轉角度的臨界點約在270度左右；這種現象實際上源於兩種效應：回彈效應（由於扭曲的作用，彎折時向反方向回彈的作用降低了）反扭轉效應（當扭轉時，義大利麵希望回到原

先拉直的狀態，這釋放了一部分的能量，阻止了進一步的斷裂)。這道理其實直截了當，扭轉消耗更多的能量，從而限制了彎曲曲率，使其無法達到斷裂臨界值！而 J. Dunkel 更進一步解釋說，目前，這個模型成功地預測了扭轉和彎曲如何使像義大利麵這樣細長的桿狀物斷裂，而這個模型適用於理想的單一圓柱形桿狀物。那麼其他形態的義大利麵呢？

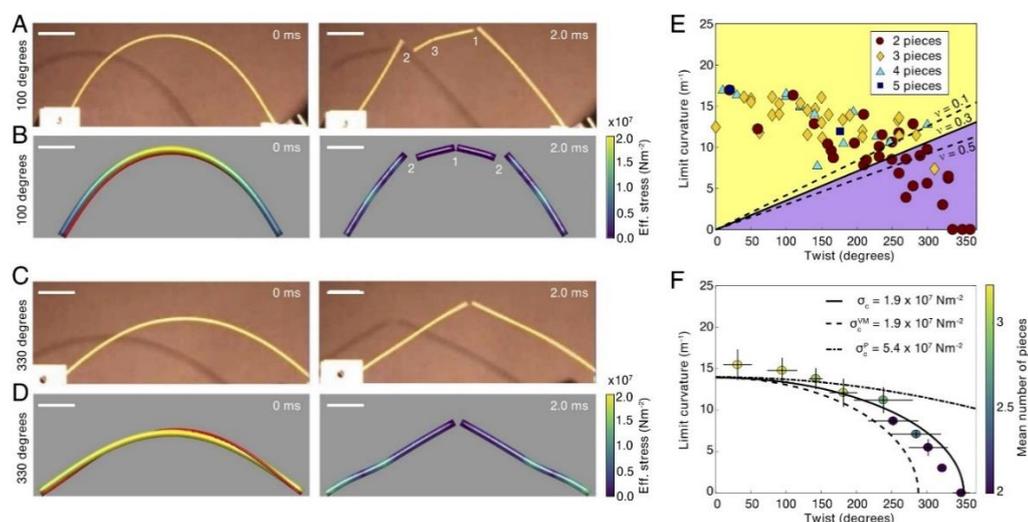


圖3: (a)-(b) 將義大利麵扭轉100度時，再進行彎折會斷成三截，c)-(d) 而當扭轉至330度再彎折時就會斷成兩段，而圖3(e)-(f)則是其統計結果，扭轉臨界點約在270度左右。

2、研究動機

義大利麵它是由小麥品種中最硬質的杜蘭（durum）磨粉製成的長、細、固體、圓柱型麵條，是義大利飲食的一種主食。其最早的義大利麵可追溯至公元5世紀猶太教經典《塔木德》中關於麵食的記載。而「Spaghettini」名稱上專指較細的義大利麵，在上世紀60年代，義大利麵這類食物還尚為普及於西方世界，1957年在英國還發生一件有趣的世紀騙局- 義大利麵樹騙局 Spaghetti tree hoax[6]，在4月1日（愚人節）英國廣播公司播放的一則長約三分鐘惡作劇報導。報告說瑞士南部一戶家庭從樹上可以採摘義大利麵，造成義大利麵大豐收，估計當時有800萬人在當日觀看了此報導，並有數百人致電英國廣播公司想確認事件的真實性，還有人詢問怎樣在自家種植義大利麵樹。播放當時的英國，義大利菜尚未流行，義大利麵被視為是「異域美食」，有部份英國人不知道義大利麵是由麵粉及水製成的義式麵食。這個騙局後來被美國有線新聞網絡稱為「史上有良好聲譽的新聞機構發佈的最成功騙局」。

在這些有趣故事[6]與嚴肅燒腦的物理實驗[1-5]背後，引起我們對義大利麵的好奇與興趣，並在一連串的網路與超市實際搜尋後，提出了我們新的疑問：

(1)市售義大利麵之長桿型態差異性？

(2) 扭力係數之物理量測與分析方法？

(3) 可否使用3D 列印來製造長桿不同組合構造，以驗證實驗結果？

我們同時也發現，調控義大利麵的長度與組合構造之實驗變因，目前尚無任何的文獻報導，尤其，在超市中，我們驚訝的發現，同樣的義大利麵直徑竟然有分快煮3至12分鐘的差異，若是能用一些物理性質量測來了解其中原由，相信能為自然與生活課程帶來更多的樂趣，因此，產生了此次科展專題研究。

3、研究目的

理解、控制、與測量扭轉動力學仍然是物理學中最重要的理論和實踐挑戰之一。尤其是對於我們有興趣的圓直型的細彈性長桿義大利麵主題，此主題是我們評估過最簡單、便宜、隨處可買、與可執行的研究主題。而兩端施力的方式可分成四種型態：分為(a)壓縮施力，(b)緊縮拉伸施力，(c)彎曲施力，與(d)扭轉施力，如示意圖4說明。依據參考文獻[5]說明，將義大利麵扭轉270度在彎曲施力，即可得到二段；而純粹彎取施力[4]，則會造成三段。而施力型態 (a)-(c)一般較容易採用重力磅秤量測，但(d)扭轉則非常難量測，較為複雜。

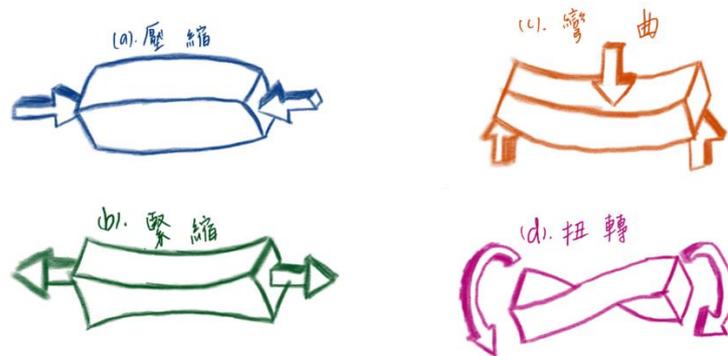


圖4: 兩端施力四種型態:分為(a)壓縮施力，(b) 緊縮拉伸施力，(c) 彎曲施力，與(d)扭轉施力。

但在文獻中，並無說明扭力係數與義大利麵持長度與均質度的關係，因此，關於此研究工作，我們將其分成兩個主軸：

(1) 扭轉測量概念: 如圖5，為我們實驗的初步的扭轉測量概念圖，此概念與圖片中為來自於我們搜尋的 YouTube 教學[7]，我們可以將義大利麵先固定一端，而另一末端連接到手動轉盤。並扭轉此轉盤至特定角度(或臨界角度)，並放開此扭矩，同步測量轉盤的回彈旋轉角度、頻率、半衰期、與計算扭力係數；此方法為在物理力學中極其常見的測量某種材料在開裂之前可以承受多少彎曲的扭力。

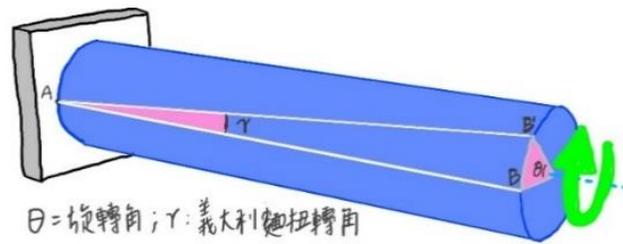


圖5: 單根義大利麵扭轉示意圖。

(2) 探索組合構造與力學係數: 我們嘗試尋找主軸(1)之單根義大利麵與其組合構造 (以細麵接合成雙棍、三角、四面型麵體)之關係, 如圖6所示, 我們希望可以觀察組合構造是否與快煮時間有關。



圖6: 義大利麵組合構造概念之(a)-(d)示意圖。

本次專題, 我們想藉由此簡易的力學測量實驗, 提取其相關實驗參數, 來研究義大利麵之扭力係數與組合構造之科學關聯性。

貳、研究設備及器材

本次科展專題之量測實驗設備, 我們尋求東部大學物理相關實驗室之支援, 協助設計與3D列印, 我們也長期參與其每周末所舉辦之東區中小學科學研習營, 教授我們使用 Arduino 與 Excel 分析程式; 組隊之初, 共有三名團隊, 後期因時間與功課壓力下, 而漸漸退出, 但我們仍堅持要在時間匆促下, 完成量測設備; 設計軟體我們採用了 Tinker CAD 3D 設計軟體來建構概念, 並配合物聯網技術自行組裝而成, 其製造與器材準備流程如圖7所示, 分成兩大部份, 分別為(1)義大利麵與 PLA 樣品 (2)基礎硬體與物聯網電路城市說明。將分述如下:

1、 義大利麵與 PLA 樣品

我們於網路搜尋相關商品與資料, 尋找相同直徑約 $D=2\text{ mm}$ 之圓管麵, 長度皆在 200~240 mm, 確定之後再陸續至通路超市採購, 每一包義大利麵單價約在25~40元之間, 符合標準的共計有五種義大利麵, 其說明如下圖7說明:



圖7: (a) Paone 快煮12分鐘 (b) Karona 快煮3分鐘 (c) San Remo 快煮12分鐘 (d) Biondi 快煮9分鐘 (e) ORO 快煮10分鐘

上述五種義大利麵我們分別量測10根，取其平均質量、長度、與直徑，詳列於表格1:

表格1: 實驗所使用之義大利麵基本參數。

義大利麵	組合構造	質量 M (g)	長度 L (mm)	直徑 D (mm)	體積 V (cm ³)	密度 ρ (g/cm ³)
Paone	Type-I	0.82	250	2	0.785	1.0446
Karona	Type-III	0.77	250	2	0.785	0.9809
San Remo	Type-I	1.13	259	2.05	0.854	1.3232
Biondi	Type-I	0.9	248	1.95	0.740	1.2162
ORO	Type-I	0.96	260	2.05	0.858	1.1188

我們特別注意到，快煮3分鐘之 Karona 義大利麵其組合結構，如圖6之 Type-III 的排列，是由三根直徑 $D=1$ mm 的細麵結合而成，此點引起我們想要近一步了解麵體之組合數是否會與烹煮時間有關，這樣可否發明速食義大利麵? 當然，我們最關心的還是扭力與彈性係數與組合數的關係!

所以，我們進一步使用3D 列印機(Prusa I3機型)製造如圖8的玉米纖維(PLA)材料線，雖然我們想要模仿義大利麵列印 $D=1$ mm 的 PLA 細線，組合成 Type-II~ IV，但是一直沒有成功，最後，只好改變條件成 $D=2$ mm 的 PLA 細線組合，如圖8(a)-(b)所示，分別為我

們所繪的 Tinker Cad 的俯視圖與側視圖。

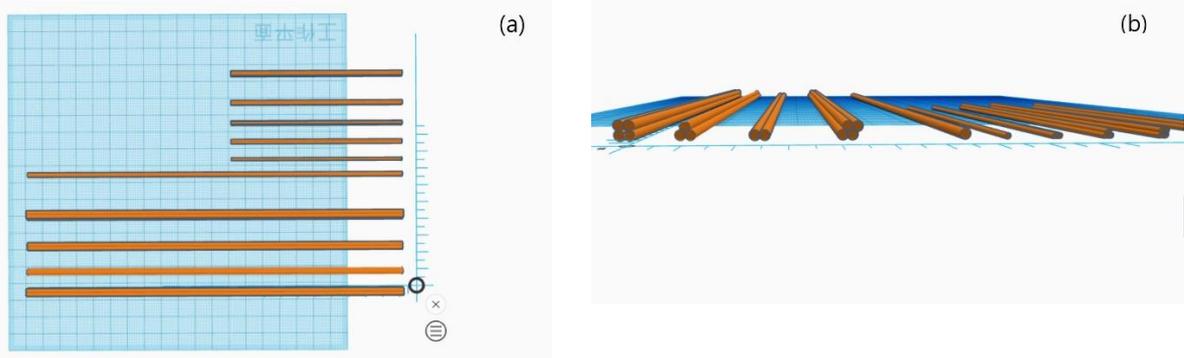


圖8: (a)-(b)分別為 PLA 細線之 Tinker Cad 的俯視圖與側視圖。

上述五種 PLA 線我們分別量測1根質量、長度、與直徑，詳列於表格2:

表格2: PLA 線之基本參數。

PLA 線	組合構造	質量 M (g)	長度 L (mm)	直徑 D (mm)	體積 V (cm ³)	密度ρ (g/cm ³)
PLA1	Type-I	0.901	218	2.05(圓形)	0.719	1.2531
PLA2	Type-II	1.705	218	4.05x2.02(長方)	1.396	1.2213
PLA3	Type-III	2.56	218	4.05x4.05(三角)	2.157	1.1868
PLA4	Type-IV	3.35	218	4.05x4.05(四邊)	2.876	1.1648

2、 基礎硬體與物聯網程式說明

關於扭轉測量設備，如圖5之概念，我們需要考慮幾種調整參數，將調整端 M3螺絲鬆開，可改變義大利麵長度；而連接固定端則以 M3螺絲固定義大利麵手動旋轉此圓盤，如圖9(a)所示設備俯視圖，所需3D 列印零件依序說明為: 1.不銹鋼光桿兩支所組成滑軌，2. 手調式雙通步進馬達；而圖9(b)所示設備側視圖，為採用 PLA 線材以 3D 列印機製造之零件: 3. 轉動盤3D 列印件，半徑36 mm，質量2.998克，4. 調整端3D 列印件，5.光學編碼器底座3D 列印件，而光學編碼器為絕對值編碼器，可將所檢測的每個位置對應一個唯一的編碼，在何種狀態下，都可確定設備的旋轉位置變化，以量測轉盤的旋轉角。



圖9: (a)-(b) 扭轉測量設備之 Tinker Cad 的俯視圖與側視圖。

扭轉測量設備相關 Arduino 程式碼與電路接腳說明則列於圖10。

```
// Encoder connect to digital pin 2 and 3 on the Arduino.
volatile int counter = 0;
//This variable will increase or decrease depending on the rotation of encoder
float angle, temp = 0.0;
float a=0.0;

void setup() {
  Serial.begin(9600);
  pinMode(2, INPUT); // set pin to input
  pinMode(3, INPUT); // set pin to input
  digitalWrite(2, HIGH); // turn on pullup resistors
  digitalWrite(3, HIGH); // turn on pullup resistors

  //Setting up interrupt
  //A rising pulse from encodenren activated ai0(). AttachInterrupt 0 is DigitalPin nr 2 on moust Arduino.
  attachInterrupt(0, ai0, RISING);
  //B rising pulse from encodenren activated ai1(). AttachInterrupt 1 is DigitalPin nr 3 on moust Arduino.
  attachInterrupt(1, ai1, RISING);
}

```

- 1.於Arduino中開啟程式碼”torsion.ino”
- 2.光學編碼器訊號線連接Arduino Uno版
白色杜邦線接Digital接腳 D2
藍色杜邦線接Digital接腳 D3
紅色杜邦線接電源接腳 5V
黑色杜邦線接接地接腳 GND
- 3.上傳Arduino Uno控制板即可

圖10：其操作方法為(1) 於 Arduino 中開啟程式碼”torsion.ino”，(2)光學編碼器訊號線連接 Arduino Uno 版，白色杜邦線接 Digital 接腳 D2，藍色杜邦線接 Digital 接腳 D3，紅色杜邦線接電源接腳 5V，黑色杜邦線接接地接腳 GND，(3)上傳 Arduino Uno 控制板即可。

參、研究過程與方法

在本次專題的研究過程中，扭轉的變化過程是一個我們需重新審視的問題；如圖 11(a)，為一張紙片的扭轉，可以清楚見到紙片右邊線段 AB 經過旋轉後，轉成線段 BA，旋轉角度為 180 度，而左邊固定端皆不變；其扭轉角 T_θ 的定義應為 $\tan y = \frac{BA}{DA}$ ，而當線段 BA 遠小於長度 L 時，扭轉角 T_θ 趨近於：

$$T_\theta \approx \tan y = \frac{BA}{DA}, (1)$$

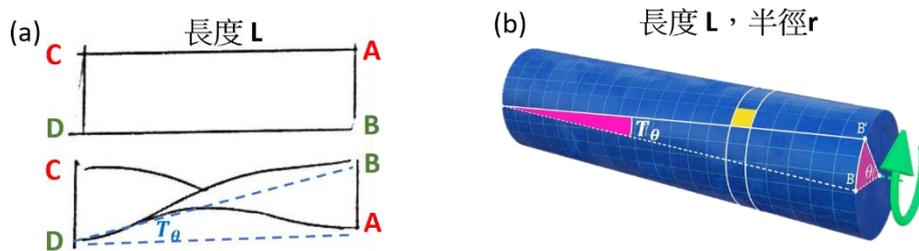


圖11：扭轉義大利麵時之扭轉角示意圖，取自參考資料 [7]。

由此，我們可以依此修正圓管型義大利麵的扭轉角計算，如圖 11(b)所示，當我們轉動固定端圓盤時，則可帶動義大利麵(半徑為 r ，長度為 L)扭轉，圓盤轉動由 B 點移動至 B' 點時，圓盤旋轉角為 θ ，則可以算出義大利麵扭轉角 T_θ 為：

$$T_\theta \approx \tan\gamma = \frac{BB'}{AB} = \frac{r\theta}{L}, \quad (2)$$

由此方法則會知道，當麵的半徑與旋轉角固定下，長度越短，扭轉角越大。當短到一個臨界長度時，義大利麵就會斷裂，此方程式即不適用。

其理論發展，簡述如下：

我們將圖 12(a)中之半徑 r 之圓盤從靜止位置 O 施力扭轉，產生一施力矩 τ ，然後釋放它，他將會對該位置作角度振盪運動。將圓盤扭轉角度為 θ 無論往哪一個方向扭轉，則會產生一恢復回彈力矩 $-\kappa\theta$ ，與施力矩呈線性關係，方程式可表達為：

$$\tau = -\kappa\theta, \quad (3)$$

其回彈力矩 $-\kappa\theta$ 與施力方向相反，但是與角度相關，而其斜率 κ 即為扭轉係數，而轉盤角度隨時間變化，則如圖 12(b) 所示，並隨時間遞減歸於平衡點。

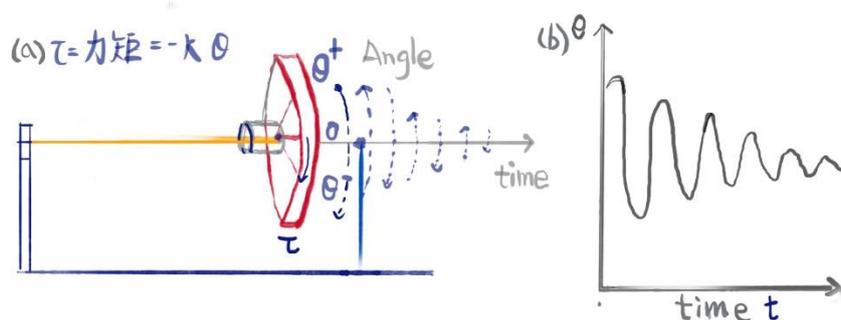


圖12：(a)扭轉義大利麵時之扭轉示意圖，取自參考資料 [7]，與(b)角度對時間概念圖。

對比於牛頓第二定律施力等於慣性質量乘上加速度，即 $F = ma$ ；而轉動力矩 $\tau = I \times \alpha$ 為轉動慣量 I 乘上角速度 α ，其中圓盤的轉動慣量為： $I = \frac{1}{2}Mr^2$ ，是設備質量為 0.002998 kg ，

半徑 0.036 m，轉動慣量為 $I=1.942 \times 10^{-5} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ 。而其這樣產生的角度簡諧運動之振盪週期 T 與扭轉係數 κ 、轉動慣量 I 的關係為:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{\kappa}}, \quad (4)$$

而角速度即為前後的角度差除上時間差，為:

$$\omega = \frac{\theta_1 - \theta_0}{t_1 - t_0}, \quad (5)$$

，而角加速度即為前後角速度差除上時間差，為:

$$\alpha = \frac{\omega_1 - \omega_0}{t_1 - t_0}, \quad (6)$$

若我們取角加速度 α 對角度 θ 做圖，為:

$$\alpha = -\frac{\kappa}{I}\theta, \quad (7)$$

取其斜率值，即可推算出扭轉係數 κ ；此些計算皆可以用 Excel 直接算出即可得到。在本次專題。

另外，關於數據處理，本次專題的研究方法，需要克服兩件要素為:

1. 實驗數據處理: 需克服的是如何快速有效的處理巨量數據，轉成實驗繪圖。關於扭轉與彈性係數量測與分析，若是採用人工逐一記錄將是一件勞力密集的工作，在東區中小學科學研習營教學中，我們體會到善用電腦軟體來解決科學之巨量數據，方法有(1)數據擷取: 使用 Excel 檔將 Arduino 運算資料儲存轉檔為 dataxx.csv 檔案，依實驗程序編排 xx 由 01~99。

2. 數據處理: 讀入檔案 dataxx.csv，並於 Excel 或 Origin2017 軟體繪圖，如範例圖 13(a)所示，為扭轉實驗之角度隨時間變化圖，(b) 轉動頻率峰值位置，(c) 轉動角度隨時間之半衰時間擬合，分析方法並參考大學普物實驗教材[8]。

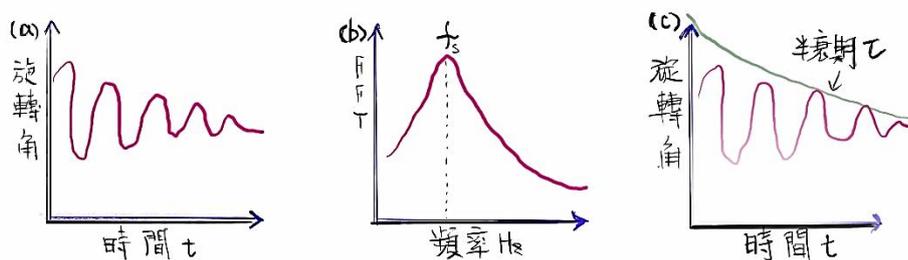


圖13: (a)扭轉實驗之角度隨時間變化圖，(b) 轉動頻率峰值位置，(c) 轉動角度隨時間之半衰時間擬合。

肆、研究結果

首先，我們依據文獻記載，不免俗套的先用手來彎曲義大利麵，定性的量測其彎曲特性，以驗證義大利麵是否會折成兩段或三段，其操作如圖14(a)所示，並於直尺上記錄彎曲的投影長度，此為弦長，再利用 iPad 下載「幾何計算器 app」來換算彎曲角度；每一種義大利麵各做10次實驗，取斷掉的最大一段除上原長，定義為斷掉長度最大百分比 (Maximum Broken Length Percentage)，並對彎曲角度作圖。實驗的進行並不順利，我們小心謹慎地慢慢彎曲義大利麵，或可稱為「慢速彎曲」法，利用此方法我們折了50根，皆發現斷成兩段，只有一次成功斷成三段。其統計結果如圖14(b)-(f)藍色實心原點所示，依序為 Paone、Karona、San Remo、Biondi、與 ORO 義大利麵的實驗斷裂兩段結果，彎曲角度約在100~135度附近，如藍色匡列之數據。

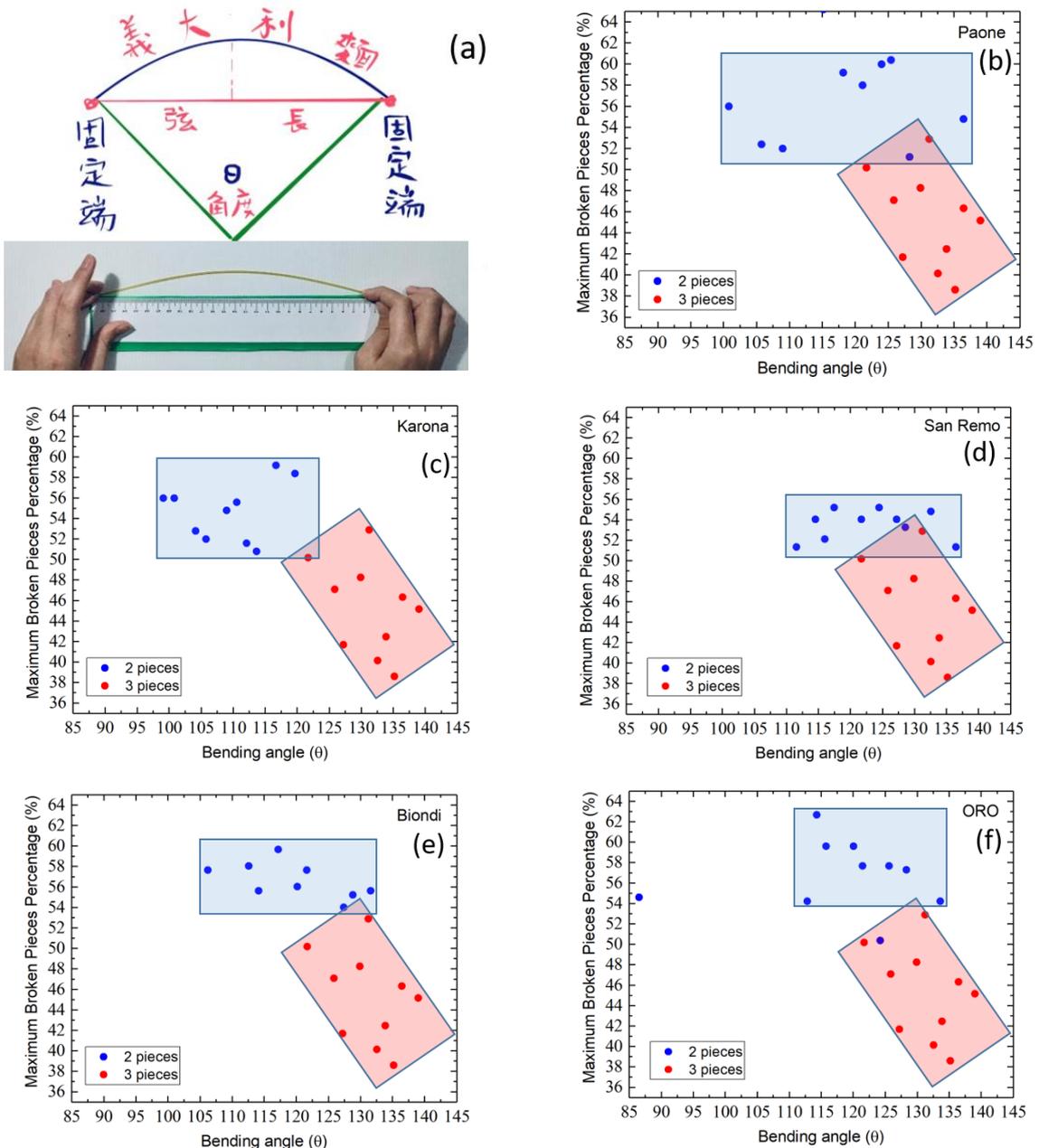


圖14: (a)-(f)依序為 Paone、Karona、San Remo、Biondi、與 ORO 義大利麵的實驗斷裂兩段(藍色實心原點)與三段(紅色實心原點)的統計結果。

而斷成兩段的長度分布，約在50~60%之間，特別是 San Remo 較為平均落在51~56%；這個實驗結果很困擾著我們，原本以為很容易斷成三段的實驗，並不是如此就會發生。於是，我們接著靠手感來試驗，最後再測試超過百次後，找到了瞬間彎曲的方法，我們稱為「快速彎曲」法，成功找到折三段的方法，其結果如圖紅色實心原點所示。彎曲角度約在120~145度附近，如紅色匡列之數據。顯示快速彎曲需要速度與更大的曲度，才能折成三段，這結果並未在文獻中報導過。

接著，我們進行定量的分析，使用自製設備來量測義大利麵，於實驗操作上，我們將義大利麵放入扭轉量測設備，於麵上每兩公分標示距離，放置平台，以 M3螺絲所於固定端與調整端，如圖15(a)-(b)所示，將轉盤調整水平後，連結 Arduino Uno，並於 Arduino 程式，開啟序列埠監視器，查看時間與轉盤旋轉角的動態數據。並改變實驗參數為義大利麵長度 $L=200 \sim 80$ mm。如圖15(c) 為 Arduino 實驗操作圖。

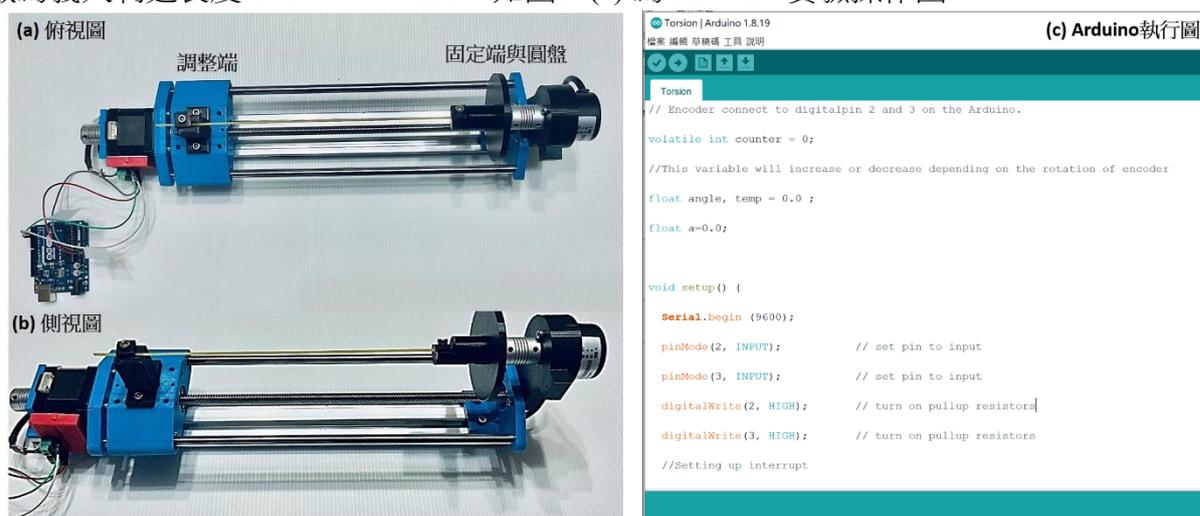


圖 15: (a)-(b)分別為實驗操作照片與(c) Arduino 實驗數據擷取圖。

我們的扭轉實驗之進行，共有五組義大利麵與五組，如圖16 (a)-(j)分別為實驗圖與轉動角度隨時間變化圖。我們利用調整麵體長度，分別測量期對轉盤回彈之震盪，量測其振動頻率與扭力係數。

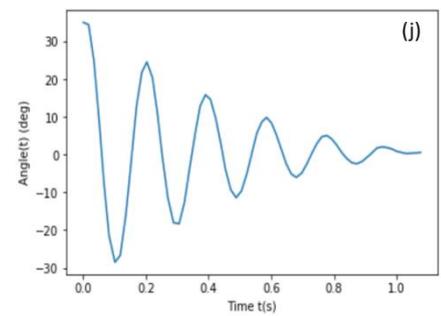
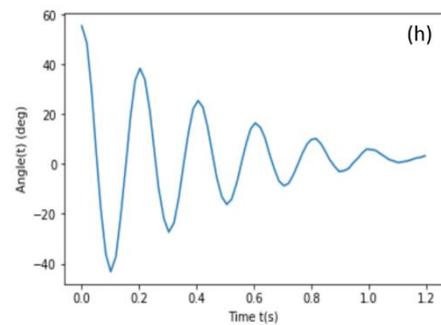
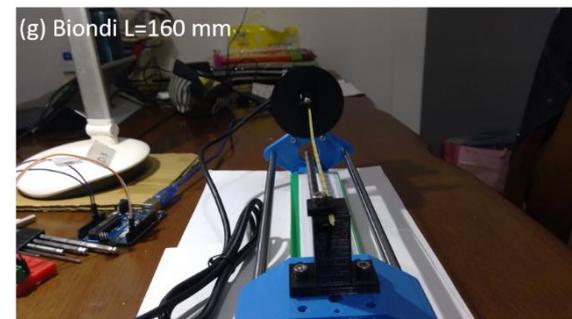
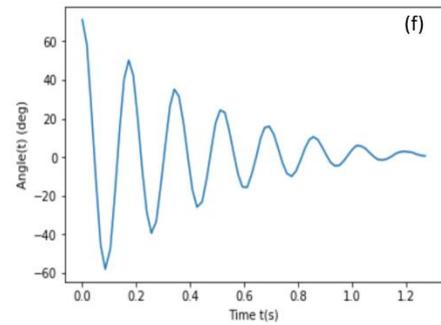
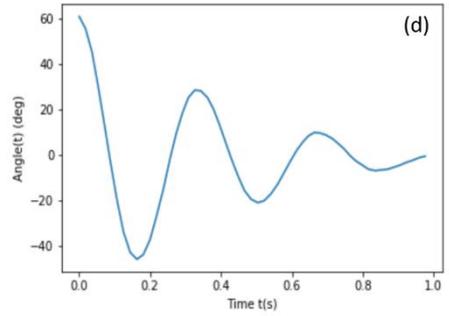
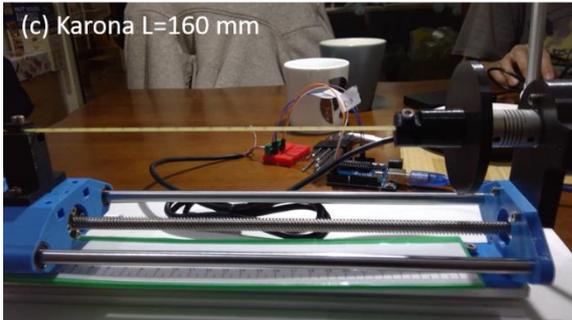
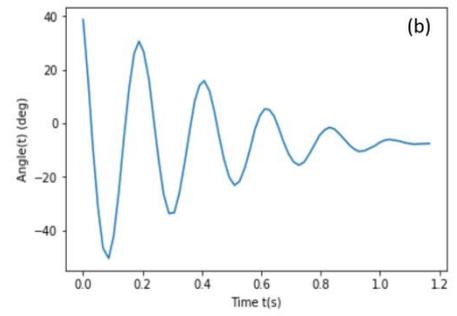
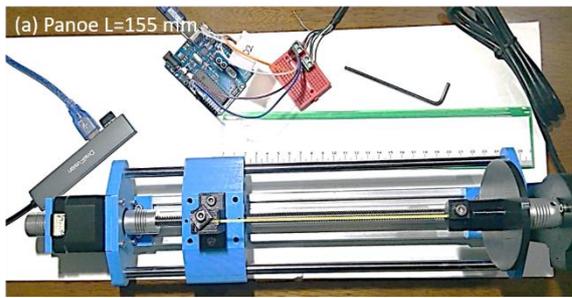


圖 16: (a)-(j)為義大利麵之實驗與轉盤角度隨時間的變化圖。

所有實驗分析皆採用 Excel 計算。其分析結果，我們舉例如圖17(a)為 ORO 義大利麵在長

度為 $L=200\text{ mm}$ 之扭轉實驗: 圖17(a)為轉盤角度隨時間的變化圖, (b)為轉動週期運動所得之頻率峰值位置, (c) 轉動角度隨時間之半衰期擬合, 我們使用指數衰減函數來擬合每一震盪峰值, 其函數為 $\theta(t) = \theta_0 + ae^{-\frac{t}{\tau_1}}$ 的關係, 其中 $\theta_0 = -5.3\text{ (deg.)}$, 遞減斜率為 $a = 66\text{ (deg.)}$, 則轉盤在時間為零($t=0$)時之旋轉角度為 $R_0 = \theta_0 + a = 60.7\text{ (deg.)}$, 我們定義為轉盤旋轉角度, 半衰頻率為 $\tau_1 = 0.62\text{ s}$ 。而其扭轉角 T_θ 如方程式(2), $T_\theta = \frac{r}{L} \times R_0 = \frac{1}{200} \times 60.7 = 0.3035\text{ (deg.)}$, (d)角加速度對角度做圖, 其斜率為方程式(7)所示 $(-\frac{\kappa}{I})$, 計算出的扭力係數為 $\kappa = 0.017675\text{ (kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2)$ 。

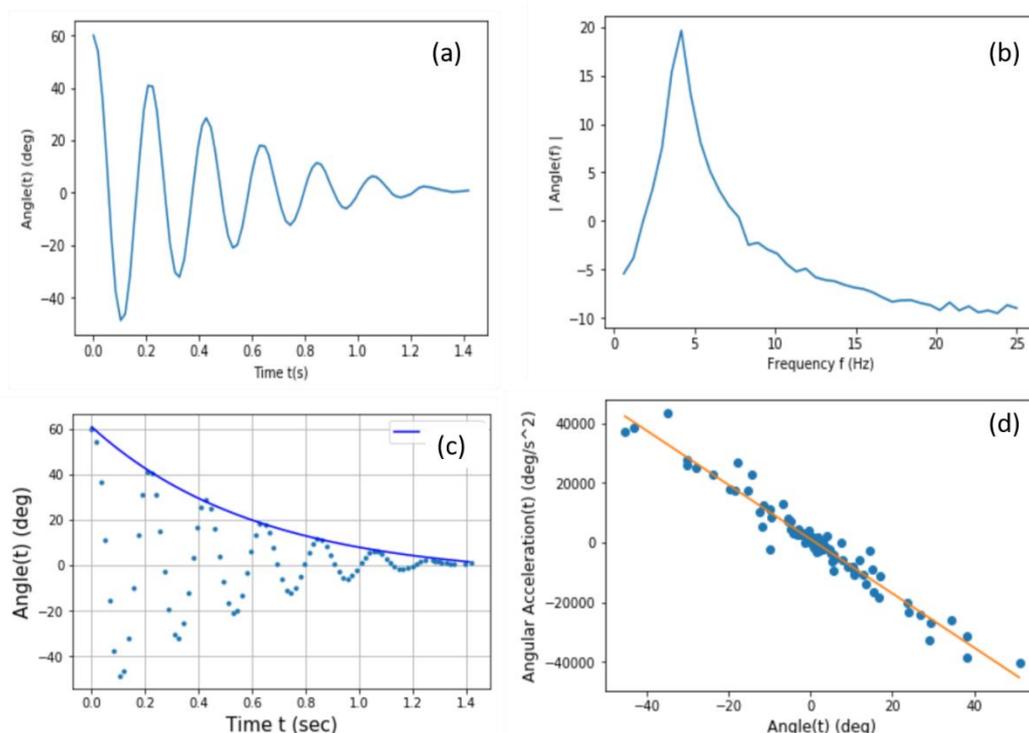


圖 17: (a)為轉盤角度隨時間的變化圖, (b)為轉動週期運動所得之頻率峰值位置, (c) 轉動角度隨時間之半衰期擬合, (d)角加速度對角度作圖。

而表格3-7則為我們改變義大利麵長度之扭轉實驗詳細數據與整理。如下所示:

表格3: 為改變 Paone 義大利麵長度之扭轉實驗參數, 其中最後兩點數據($L=75-65\text{ mm}$)刪除顯示義大利麵已斷裂。

長度 L (mm)	頻率 f (Hz)	轉盤旋轉角度 $R_0 = \theta_0 + a$ (deg.)	扭轉角 T_θ (deg.)	半衰期 τ_1 (s)	扭力係數 ($\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2$)
155	3.676	46.6	0.301	0.56	0.01733
145	4.545	53.5	0.369	0.5	0.01714

135	4.054	73.5	0.544	0.55	0.01985
125	4.487	68.5	0.548	0.53	0.02086
115	4.605	57.6	0.501	0.54	0.02023
105	4.729	72	0.686	0.46	0.02321
95	4.55	34.5	0.363	0.3	0.02772
85	4.29	62.1	0.731	0.56	0.01618
75	5.77	35.1	0.468	0.33	0.03275
65	6.25	43.7	0.672	0.27	0.03613

圖18(a) 為頻率隨 Paone 義大利麵長度變化圖，呈現線性的關係，其實驗擬合函數為 $\kappa = f_0 + \chi L$ 的關係，其擬合參數為基礎頻率 $f_0 = 5.958(2)$ Hz，遞增斜率為 $\chi = -0.0126(5)$ 。(b) 為扭力係數隨 Paone 義大利麵長度變化圖，呈現線性的關係，其實驗擬合函數為 $\kappa = \kappa_0 + \gamma L$ 的關係，其擬合參數為基礎扭力係數 $\kappa_0 = 0.040(3)$ ，遞增斜率為 $\gamma = -0.00015(3)$ 。其中之線性擬合皆排除義大利麵已斷裂的數據。

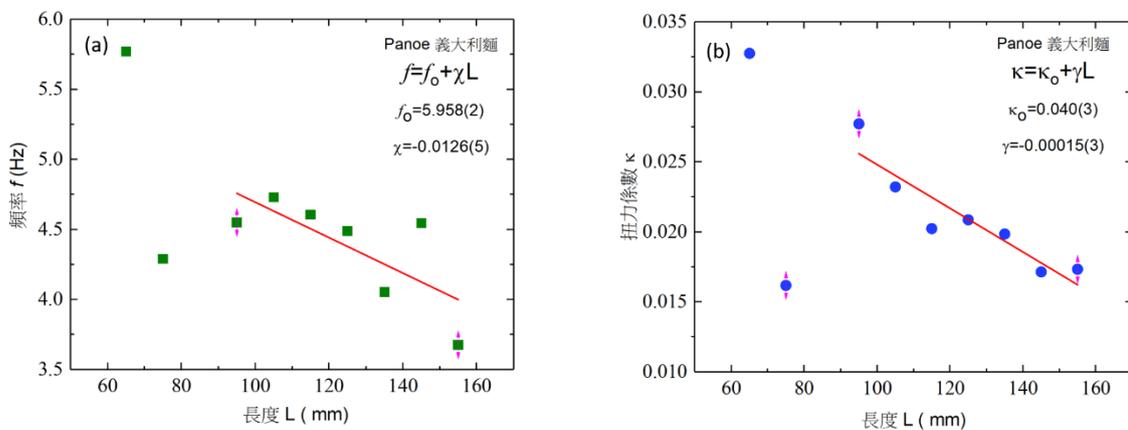


圖 18: (a) 頻率，(b) 扭力係數隨 Paone 義大利麵長度變化圖。

表格4: 為改變 Karona 義大利麵長度之扭轉實驗參數，其中最後四點數據(L=70~100 mm) 刪除顯示義大利麵已斷裂。

長度 (mm)	頻率 (Hz)	轉盤旋轉角度 $R_o = \theta_o + a$ (deg.)	扭轉角 T_θ (deg.)	半衰期 (s)	扭力係數
200	2.083	33	0.165	0.74	0.00575

190	2.206	56.8	0.299	0.74	0.00581
180	2	29.7	0.165	0.73	0.00607
170	3.03	49.8	0.293	0.79	0.00647
160	2.679	61.6	0.385	0.65	0.00638
150	2.586	60.4	0.403	1.04	0.00683
140	2.5	74.3	0.531	0.81	0.00709
130	2.439	85.7	0.659	0.73	0.00761
120	3.125	85.7	0.714	0.73	0.00761
110	2.586	27.3	0.248	0.65	0.00791
100	2.632	79.3	0.793	0.62	0.00696
90	2.564	75.3	0.837	0.68	0.00775
80	2.907	91.3	1.141	0.63	0.00853
70	3.030	71.5	1.021	0.6	0.00954

圖19(a)為頻率隨 Karona 義大利麵長度變化圖，呈現線性的關係，其實驗擬合函數為 $\kappa = f_0 + \chi L$ 的關係，其擬合參數為基礎頻率 $f_0 = 3.601(5)$ Hz，遞增斜率為 $\chi = -0.00695(3)$ 。(b)為扭力係數隨 Karona 義大利麵長度變化圖，呈現線性的關係，其實驗擬合函數為 $\kappa = \kappa_0 + \gamma L$ 的關係，其擬合參數為基礎扭力係數 $\kappa_0 = 0.0107(3)$ ，遞增斜率為 $\gamma = -0.000025(1)$ 。其中之線性擬合皆排除義大利麵已斷裂的數據。

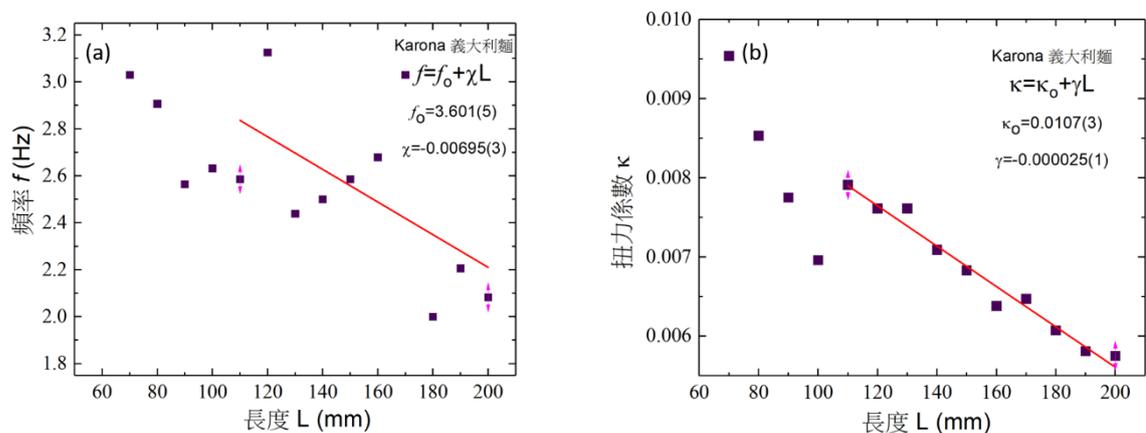


圖 19: (a) 頻率，(b) 扭力係數隨 Karona 義大利麵長度變化圖。

表格5: 為改變 San Remo 義大利麵長度之扭轉實驗參數，其中最後兩點數據(L=70-80 mm) 刪除顯示義大利麵已斷裂。

長度 (mm)	頻率 (Hz)	轉盤旋轉角度 $R_o = \theta_o + a$ (deg.)	扭轉角 T_θ (deg.)	半衰期 τ_1 (s)	扭力係數
200	5	21.4	0.107	0.69	0.02352
190	4.629	38.4	0.202	0.58	0.02394
180	4.545	52.1	0.289	0.78	0.02375
170	4.838	40.7	0.239	0.64	0.02629
160	5.128	73.5	0.459	0.66	0.02749
150	4.464	39.2	0.261	0.81	0.02888
140	5.555	45.4	0.324	0.52	0.03268
130	5.172	46	0.354	0.52	0.03520
120	5.769	27.7	0.231	0.53	0.03871
110	6.731	33.8	0.307	0.56	0.04242
100	6.666	27.9	0.279	0.37	0.04673
90	7	53.1	0.59	0.47	0.05299
80	6.034	33.2	0.415	0.46	0.05417
70	5	33.5	0.479	0.69	0.02352

圖20(a) 為頻率隨 San Remo 義大利麵長度變化圖，呈現線性的關係，其實驗擬合函數為 $\kappa = f_o + \chi L$ 的關係，其擬合參數為基礎頻率 $f_o = 9.604(1)$ Hz，遞增斜率為 $\chi = -0.0305(5)$ 。(b) 為扭力係數隨 San Remo 義大利麵長度變化圖，呈現線性的關係，其實驗擬合函數為 $\kappa = \kappa_o + \gamma L$ 的關係，其擬合參數為基礎扭力係數 $\kappa_o = 0.079(3)$ ，遞增斜率為 $\gamma = -0.000032(2)$ 。其中之線性擬合皆排除義大利麵已斷裂的數據。

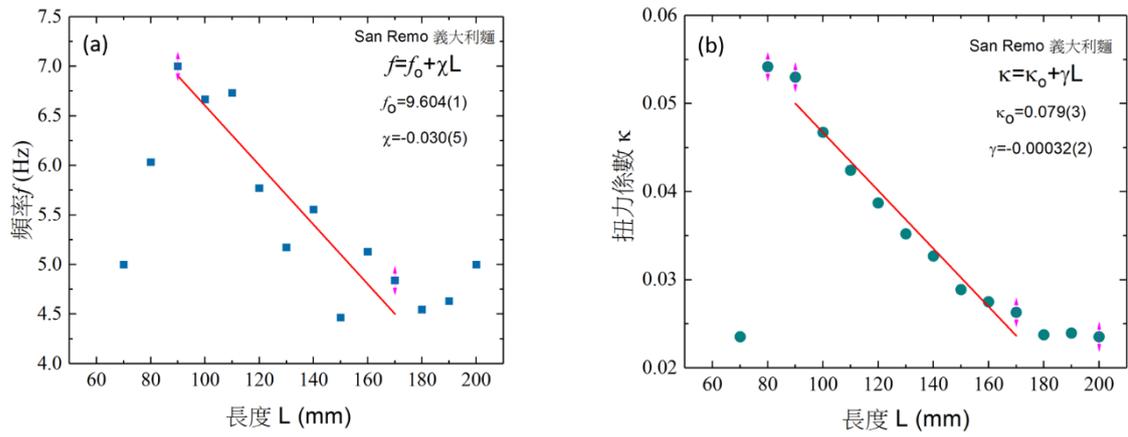


圖 20: (a) 頻率，(b) 扭力係數隨 San Remo 義大利麵長度變化圖。

表格6: 為改變 Biondi 義大利麵長度之扭轉實驗參數，其中最後三點數據(L=100-80 mm)

刪除顯示義大利麵已斷裂。

長度 (mm)	頻率 (Hz)	轉盤旋轉角度 $R_o = \theta_o + a$ (deg.)	扭轉角 T_θ (deg.)	半衰期 τ_1 (s)	扭力係數
200	4.032	43.3	0.217	0.78	0.01539
190	3.571	28.6	0.151	0.70	0.01689
180	3.75	81.7	0.454	0.47	0.01764
170	3.947	63.6	0.374	0.64	0.01821
160	4.054	55.5	0.347	0.64	0.01954
150	3.906	36.6	0.244	0.56	0.02024
140	4.688	54.2	0.387	0.69	0.02192
130	4.545	43.1	0.332	0.72	0.02304
120	4.605	58.6	0.488	0.55	0.02493
110	5.769	33.8	0.307	0.4	0.02751
100	4.545	41.3	0.413	0.49	0.02859
90	4.839	41.9	0.466	0.43	0.02988
80	6.034	45.5	0.569	0.4	0.03204

圖21(a) 為頻率隨 Biondi 義大利麵長度變化圖，呈現線性的關係，其實驗擬合函數為 $\kappa = f_0 + \chi L$ 的關係，其擬合參數為基礎頻率 $f_0 = 7.004(6)$ Hz，遞增斜率為 $\chi = -0.0175(4)$ 。(b)為扭力係數隨 Biondi 義大利麵長度變化圖，呈現線性的關係，其實驗擬合函數為 $\kappa = \kappa_0 + \gamma L$ 的關係，其擬合參數為基礎扭力係數 $\kappa_0 = 0.0397(1)$ ，遞增斜率為 $\gamma = -0.000123(8)$ 。其中之線性擬合皆排除義大利麵已斷裂的數據。

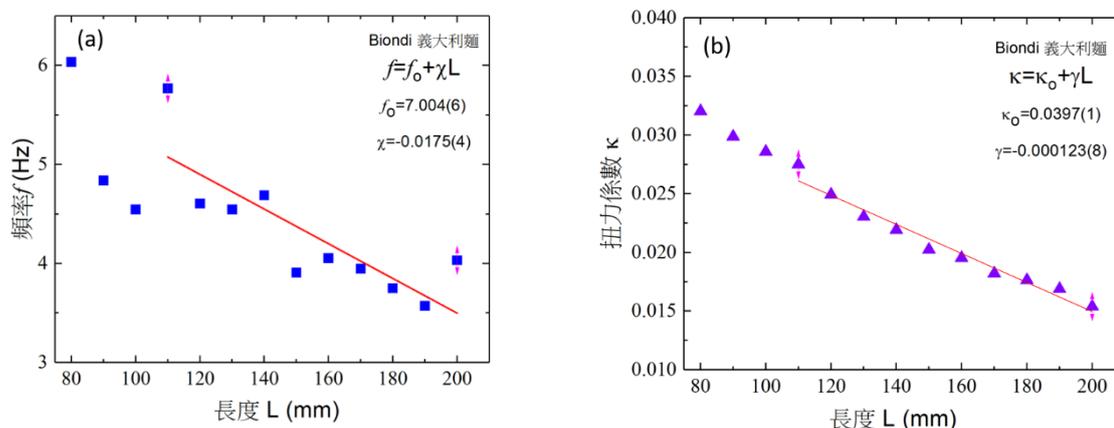


圖 21: (a) 頻率，(b) 扭力係數隨 Biondi 義大利麵長度變化圖。

表格7: 為改變 ORO 義大利麵長度之扭轉實驗參數，其中最後一點數據($L=80$ mm)刪除顯示義大利麵已斷裂。

長度 (mm)	頻率 (Hz)	轉盤旋轉角度 $R_o = \theta_o + a$ (deg.)	扭轉角 T_θ (deg.)	半衰期 τ_1 (s)	扭力係數
200	4.166	60.7	0.304	0.71	0.01768
180	3.571	27.2	0.151	0.49	0.01706
160	4.6875	35.7	0.223	0.82	0.01815
140	4.6296	26	0.186	0.77	0.01751
120	4.6875	34.6	0.288	0.66	0.01767
100	5.434	23	0.23	0.65	0.01768
80	5	26.4	0.33	0.41	0.036529

圖22(a) 為頻率隨 ORO 義大利麵長度變化圖，呈現線性的關係，其實驗擬合函數為 $\kappa = f_0 + \chi L$ 的關係，其擬合參數為基礎頻率 $f_0 = 6.463(5)$ Hz，遞增斜率為 $\chi = -0.0126(3)$ 。

(b)為扭力係數隨 ORO 義大利麵長度變化圖，呈現線性的關係，其實驗擬合函數為 $\kappa = \kappa_o + \gamma L$ 的關係，其擬合參數為基礎扭力係數 $\kappa_o = 0.048(8)$ ，遞增斜率為 $\gamma = -0.00015(2)$ 。其中之線性擬合皆排除義大利麵已斷裂的數據。

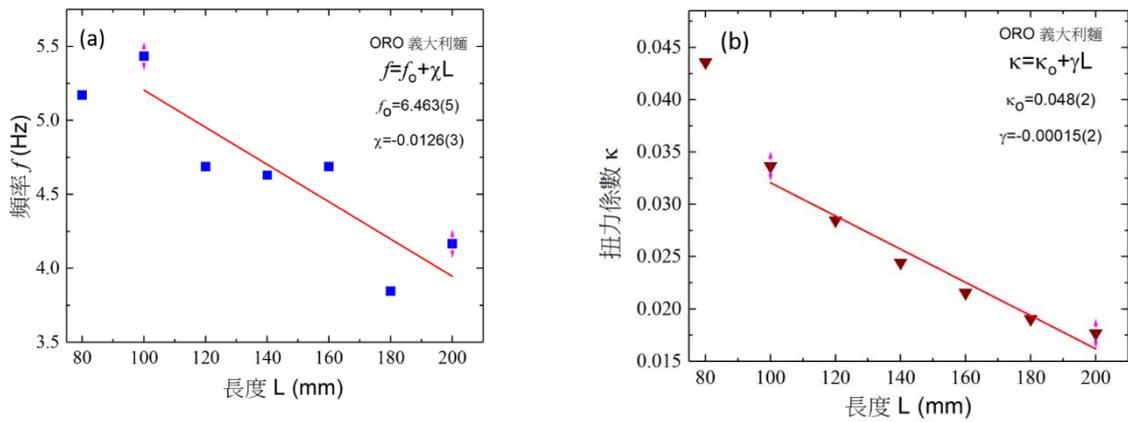


圖 22: (a) 頻率，(b) 扭力係數隨 ORO 義大利麵長度變化圖。

由以上五種義大利麵樣品基礎扭力係數與長度變化中，我們整理出其線性擬合值，並逐一將麵的密度作一比較，如表格8所示:

表格8: 義大利麵基礎扭力係數、斜率、密度、與斷裂長度數據。

義大利麵	κ_o	γ	密度 ρ (g/cm^3)	斷裂長度(mm)
Paone	0.040(3)	-0.00015 (3)	1.0446	75 (占長度百分比30.0)
Karona	0.0107(3)	-0.000025 (1)	0.9809	100 (占長度百分比40.0)
San Remo	0.079(3)	-0.00032 (2)	1.3232	80 (占長度百分比30.8)
Biondi	0.0397(1)	-0.000123 (8)	1.2162	100 (占長度百分比40.3)
ORO	0.048(2)	-0.00015 (2)	1.1188	90 (占長度百分比34.6)

我們發現了義大利麵的密度 ρ 與基礎扭力係數 κ_o 有直接的關係，密度越大，扭力係數越大，其中我們觀察到 San Remo 義大利麵扭力係數最高，其對應之密度也最大，而快煮三分鐘之 Karona 相對的密度最小，且扭力係數最低，如圖23(a)所示，我們使用指數遞增函數來擬合每一震盪峰值，其函數為 $\kappa_o(\rho) = k_{\rho 1} + b e^{-\frac{\rho}{\rho_1}}$ 的關係，其中 $k_{\rho 1} = 0.014(2)$ ，遞增斜率為 $b = 3.1 \times 10^{-6}$ ，半衰密度為 $\rho_1 = 0.135(1)$ 。相對而言，我們認為義大利麵烹煮起來，免條筋道的口感，應是與扭力係數成正比。同時，扭力係數隨長度的改變，應

是代表一根麵的均質度，如擬合斜率 γ 應能表示一根義大利麵在不同長度所測量的梯度變化，若是其值越小，代表麵體品質越均勻，越大，越是不均勻；因此，我們認為可使用 γ 值來作為麵體之「非均質度指標」。而總體而言，我們在量測中也發現，義大利麵量測的極限，即是其扭動斷裂處，我們也將其除上原長度，計算所占長度百分比約在30~40%左右，呼應了前人研究聲明斷裂處約在總體的1/3 [3, 5]。

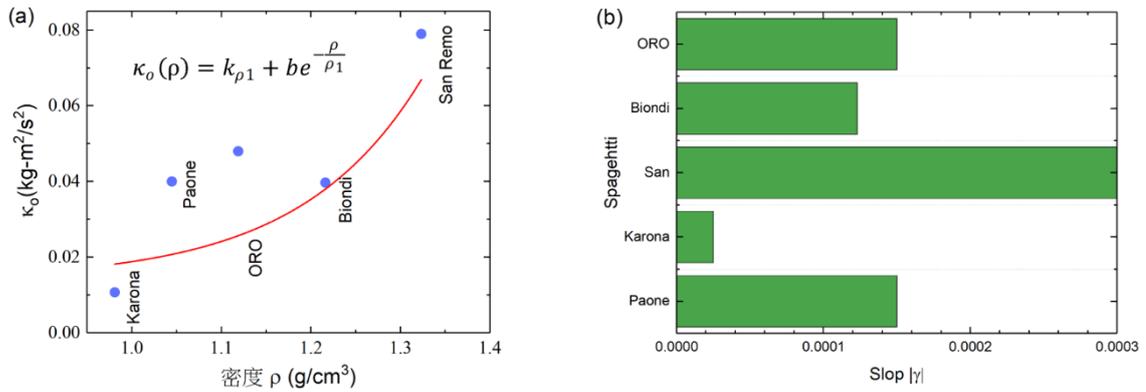


圖 23: (a)基礎扭力係數隨義大利麵密度變化圖，(b) 義大利麵「非均質度指標」柱狀表列。

如圖23(b)中，我們可以見到 Karona 義大利麵的均質度較佳，其於圖6為 Type-III 的組合構造，顯示越細的麵組成，越能做到單根均質度；而扭力係數最大的 San Remo 反而最差。

對此，我們也思考與懷疑”組合構造”對扭力係數的影響，但是，市面上對此並無任何標示於包裝袋上，我們也只找到 Type-I 與 II 兩種，且均質度不同，無法多做比較，於是，我們使用 PLA 來製造不同組合構造以探究此問題，PLA 樣品共有四種，且我們嘗試調整列印 PLA 線之填充比率(Fill percentage)為90%，以配合市售義大利麵的密度；經測量各個 PLA 組合構造密度，約在 $\rho=1.2517\sim 1.1822$ (g/cm^3)，約接近五種義大利麵的密度 $\rho=0.9809\sim 1.3232$ (g/cm^3)之間；我們並注意 PLA 樣品密度會隨著組合數增加而減小，其原因來自線與線接合的空間孔洞所造成。

如圖24分別為我們對 (a)-(b) PLA Type-I、(c)-(d) PLA Type-II、(e)-(f) PLA Type-III、(g)-(h) PLA Type-IV 之實驗操作與轉動角度對時間作圖，我們清楚觀察到，隨著組合數的增加，其頻率具有倍數的增加，顯示其對轉盤的扭矩 τ ，回彈力- $\kappa\theta$ 反應較快，係數將隨之增加。

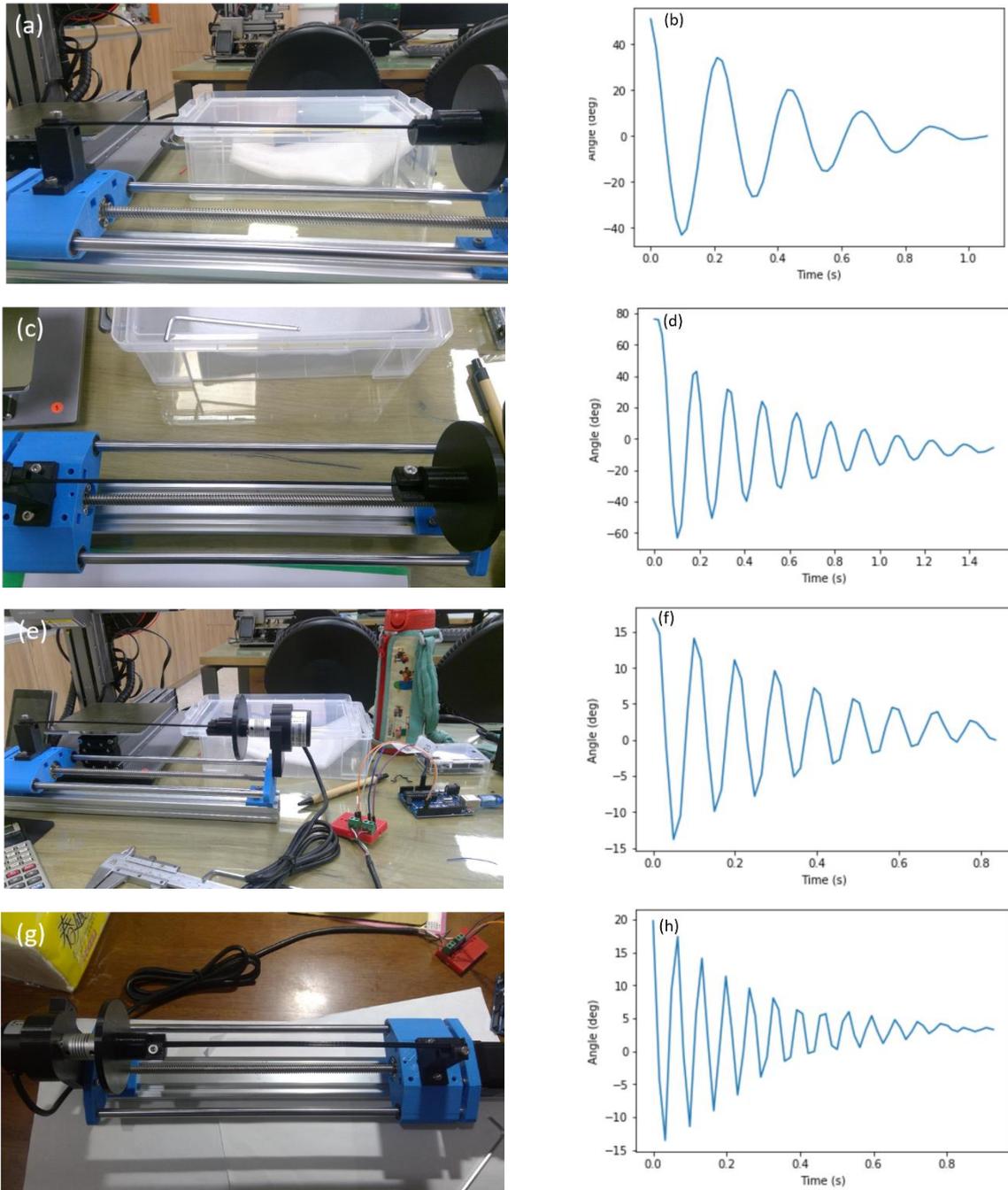


圖 24: (a)-(h)為 PLA 組合構造之實驗與轉盤角度隨時間的變化圖。

而表格8-11則為我們不同 PLA 組合構造之改變長度與扭轉實驗數據整理。如下所示:

表格8: 為改變 PLA Type-I 長度之扭轉實驗參數。

長度 (mm)	頻率 (Hz)	轉盤旋轉角度 $R_o = \theta_o + a$ (deg.)	扭轉角 T_θ (deg.)	半衰期 τ_1 (s)	扭力係數
200	3.676	52.6	0.263	0.54	0.015544

180	3.977	73.1	0.406	0.63	0.015873
160	4.0	65.5	0.409	0.70	0.018606
140	3.879	102.7	0.734	0.76	0.020449
120	4.544	64	0.533	0.60	0.023943
100	4.545	83.8	0.838	0.4	0.028660
80	5.102	61.5	0.769	0.58	0.035612

圖25(a) 為頻率隨 PLA Type-I 長度變化圖，呈現線性的關係，其實驗擬合函數為 $\kappa = f_o + \chi L$ 的關係，其擬合參數為基礎頻率 $f_o = 5.735(5)$ Hz，遞增斜率為 $\chi = -0.0106(2)$ 。(b) 為扭力係數隨 PLA Type-I 長度變化圖，呈現線性的關係，其實驗擬合函數為 $\kappa = \kappa_o + \gamma L$ 的關係，其擬合參數為基礎扭力係數 $\kappa_o = 0.045(3)$ ，遞增斜率為 $\gamma = -0.00016(2)$ 。

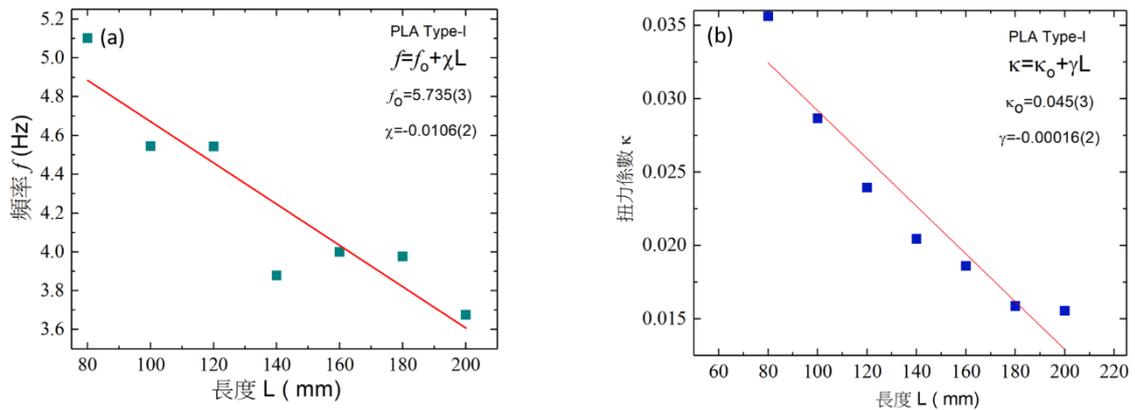


圖 25: (a) 頻率，(b) 扭力係數隨 PLA Type-I 長度變化圖。

表格9: 為改變 PLA Type-II 長度之扭力實驗參數。

長度 (mm)	頻率 (Hz)	轉盤旋轉角度 $R_o = \theta_o + a$ (deg.)	扭轉角 T_θ (deg.)	半衰期 τ_1 (s)	扭力係數
200	5.681	64.6	0.323	0.58	0.036168
180	5.288	61.6	0.342	0.58	0.037171
160	5.952	59.7	0.373	0.81	0.044833
140	6.098	46.6	0.333	0.51	0.051099

120	6.061	28.9	0.241	0.33	0.058525
100	7.143	31.9	0.319	0.48	0.071242
80	7.317	38.6	0.483	0.37	0.082182

圖26(a) 為頻率隨 PLA Type-II 長度變化圖，呈現線性的關係，其實驗擬合函數為 $\kappa = f_o + \chi L$ 的關係，其擬合參數為基礎頻率 $f_o = 8.402(5)$ Hz，遞增斜率為 $\chi = -0.0156(3)$ 。(b) 為扭力係數隨 PLA Type-II 長度變化圖，呈現線性的關係，其實驗擬合函數為 $\kappa = \kappa_o + \gamma L$ 的關係，其擬合參數為基礎扭力係數 $\kappa_o = 0.113(2)$ ，遞增斜率為 $\gamma = -0.00043(2)$ 。

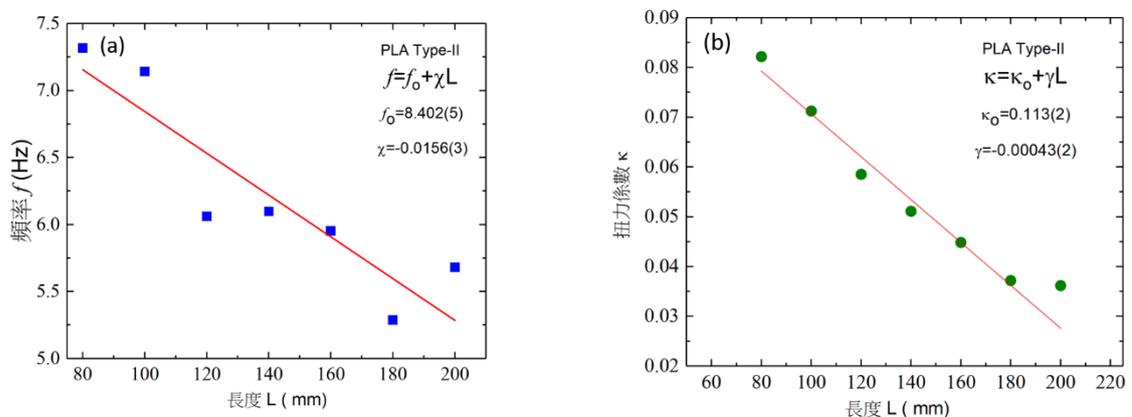


圖 26: (a) 頻率，(b) 扭力係數隨 PLA Type-II 長度變化圖。

表格10: 為改變 PLA Type-III 長度之扭轉實驗參數；其中最後一點數據(L=80mm)，轉盤已經轉動困難，旋轉角度小於10度，因此我們忽略此點。

長度 (mm)	頻率 (Hz)	轉盤旋轉角度 $R_o = \theta_o + a$ (deg.)	扭轉角 T_θ (deg.)	半衰期 τ_1 (s)	扭力係數
200	6.654	16.8	0.084	0.62	0.097351
180	7.692	20.1	0.112	0.44	0.095571
160	8.553	24.8	0.155	0.25	0.104639
140	9.091	13.4	0.096	0.21	0.126161
120	9.524	10.9	0.091	0.33	0.159137
100	10.869	11.3	0.113	0.33	0.191500
80	14.286	7	0.088	0.25	0.353026

圖27(a) 為頻率隨 PLA Type-III 長度變化圖，呈現線性的關係，其實驗擬合函數為 $\kappa = f_o + \chi L$ 的關係，其擬合參數為基礎頻率 $f_o = 14.539(5)$ Hz，遞增斜率為 $\chi = -0.0387(3)$ 。(b)為扭力係數隨 PLA Type-III 長度變化圖，呈現線性的關係，其實驗擬合函數為 $\kappa = \kappa_o + \gamma L$ 的關係，其擬合參數為基礎扭力係數 $\kappa_o = 0.275(2)$ ，遞增斜率為 $\gamma = -0.00097(2)$ 。

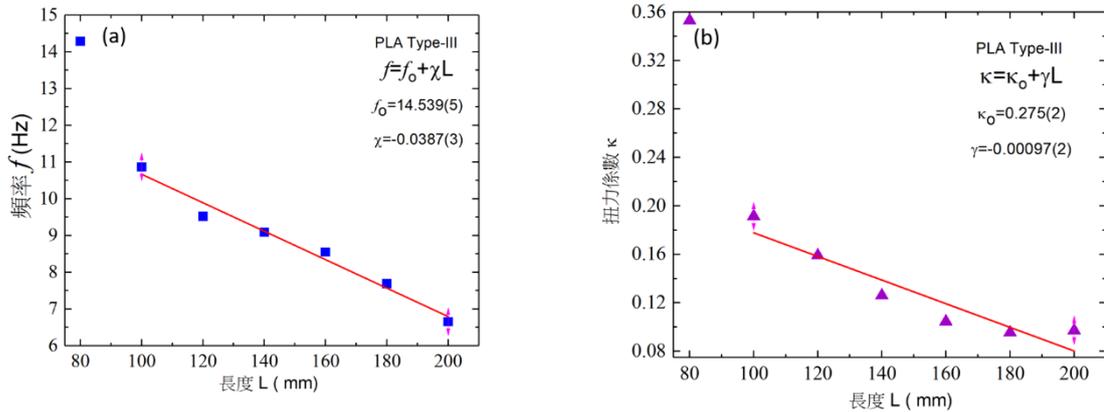


圖 27: (a) 頻率，(b) 扭力係數隨 PLA Type-III 長度變化圖。

表格11: 為改變 PLA Type-IV 長度之扭轉實驗參數，其中最後三點數據(L=120-80mm)，轉盤已經轉動困難，旋轉角度小於10度，因此我們忽略此三點。

長度 (mm)	頻率 (Hz)	轉盤旋轉角度 $R_o = \theta_o + a$ (deg.)	扭轉角 T_θ (deg.)	半衰期 τ_1 (s)	扭力係數
200	12.069	20.3	0.102	0.33	0.258278
180	13.888	14.1	0.078	0.36	0.347198
160	14.423	12.4	0.078	0.39	0.433825
140	14.286	10.5	0.075	0.25	0.413057
120	13.333	5.8	0.048	0.48	0.378806
100	16.071	7.15	0.072	1.15	0.543582
80	18.333	3.75	0.047	1.23	0.386645

圖28(a) 為頻率隨 PLA Type-IV 長度變化圖，呈現線性的關係，其實驗擬合函數為 $\kappa =$

$f_0 + \chi L$ 的關係，其擬合參數為基礎頻率 $f_0 = 19.77(3)$ Hz，遞增斜率為 $\chi = -0.0359(2)$ 。
 (b)為扭力係數隨 PLA Type-IV 長度變化圖，呈現線性的關係，其實驗擬合函數為 $\kappa = \kappa_0 + \gamma L$ 的關係，其擬合參數為基礎扭力係數 $\kappa_0 = 0.831(2)$ ，遞增斜率為 $\gamma = -0.00275(9)$ 。其中最後三點數據(L=120-80mm)，轉盤已經轉動困難，我們的線性擬合併不考慮此三點。

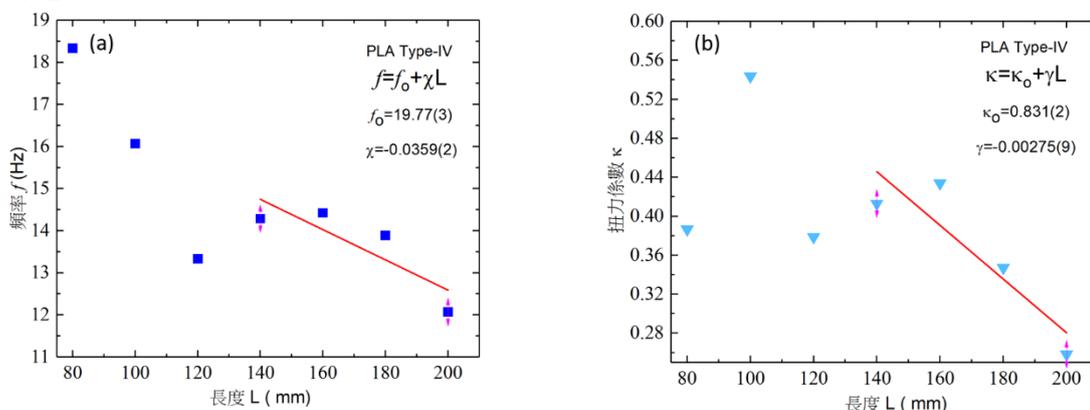


圖 28: (a) 頻率，(b) 扭力係數隨 PLA Type-IV 長度變化圖。

由以上四種 PLA 樣品基礎扭力係數與長度變化中，我們整理出其線性擬合值，並逐一將 PLA 的密度作一比較，如表格12所示:

表格12: PLA 基礎扭力係數、斜率、密度數據總表。

PLA	κ_0	γ	密度 ρ (g/cm ³)
Type-I	0.045(3)	-0.00016 (2)	1.2531
Type-II	0.112(2)	-0.00043 (2)	1.2213
Type-III	0.275(2)	-0.00097 (2)	1.1868
Type-IV	0.831(2)	-0.00275 (9)	1.1648

我們發現了 PLA 的密度 ρ 與基礎扭力係數 κ_0 之關係，為密度高，基礎扭力係數 κ_0 小；此結果與義大利麵實驗相反，如圖29(a)所示，但這組實驗的主要變數為組合結構，因此，我們判定組合數越高，其扭力係數越大，即使我們已經利用3D 列印將 PLA 線在高溫接合，仍可得到較高的扭力係數，這與我們對於扭轉筷子的認知相同，若是將筷子綁在一起，數目越多將會增加其扭斷之困難度。

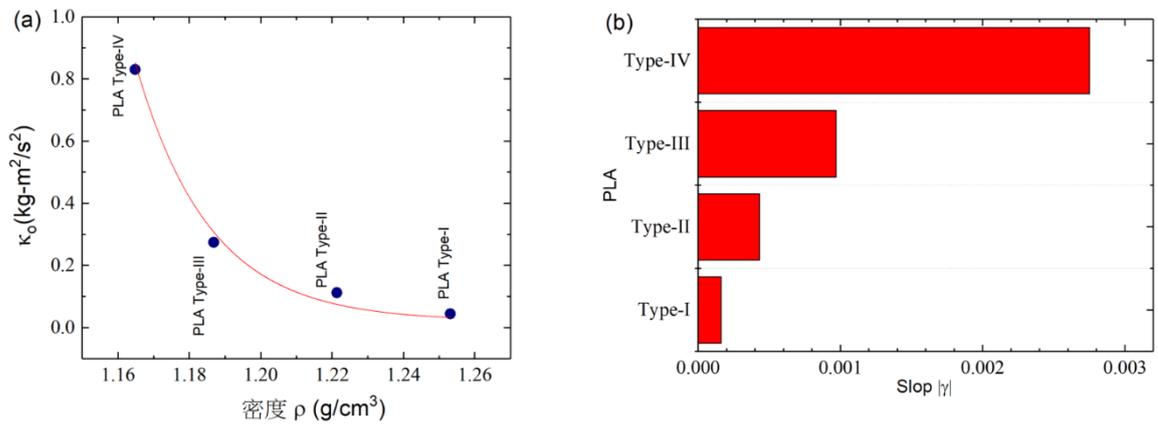


圖 29: (a)基礎扭力係數隨 PLA 密度變化圖，(b) PLA 之「非均質度」列表。

如圖29(b)中，我們可以見到 PLA 的列印均質度仍是不同，如圖25-28之所得擬合斜率 γ ，此值應能表示一 PLA 在不同長度所測量的梯度變化，若是其值越小，代表 PLA 品質越均勻，越大，越是不均質；而列印難度隨著組合數增加而增加， γ 值因此增加；因此，我們認為可使用 γ 值來作為 PLA 之「非均質度指標」。

最後，我們重新將組合數目對基礎扭力係數作圖，如圖30所示，我們使用指數遞增函數來擬合，其函數為 $\kappa_o(\#) = k_{\rho\#} + de^{-\frac{\#}{\rho\#}}$ 的關係，其中 $k_{\rho\#} = 0.041(7)$ ，遞增斜率為 $d = 0.0032(6)$ ，組合結構數半衰值為 $\rho_{\#} = 0.72(2)$ 。

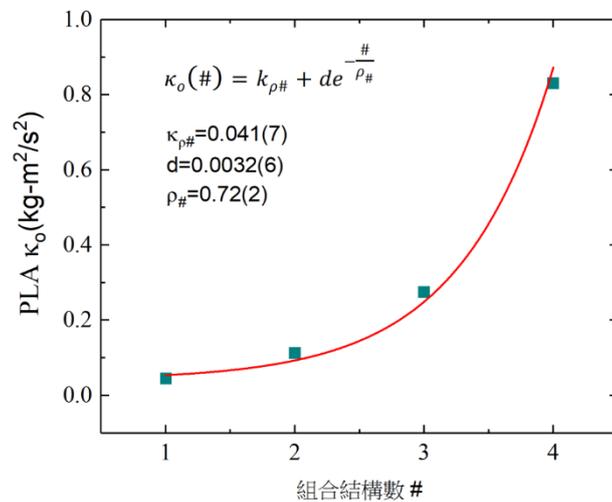


圖 30: 扭力係數隨 PLA 組合結構數#之變化圖。

以上之分析結果提供我們合理推論，影響義大利麵的扭力係數，來源有兩項 (1)義大利麵體之密度，(2)組合結構數，越大的密度與組合數可提供越大的扭力係數。

伍、討論

藉由自製扭力係數量測系統、3D 列印不同 PLA 組合結構細線，我們定性、定量的量測其相關樣品之密度、頻率、組合結構數、非均質指數、與扭力係數；並成功歸納與解釋義大利麵之特性：

(1) 我們發現「快速彎曲」法，成功找到將義大利麵彎折成三段的方法，其彎曲角度約在120~145度附近；而「慢速彎曲」法則只能將義大利麵彎折成兩段，其彎曲角度約在100~135度附近。

(2) 扭力係數越大，其「非均質度指標」越大，此點表示義大利麵需有固融體特性，其在製作過程，與堅硬的杜蘭小麥、一般麵粉、水融合度有關，若能達到良好的不互融，或許可提供更大的扭力係數，當然，這樣會更加提升麵體的筋道與口感。

(3) 密度越大，其對應的扭力係數越大，顯示其混合一般麵粉越少。

(4) 組合結構數越多，其對應的扭力係數越大，目前在 PLA 實驗上以驗證，但在義大利麵上缺乏更多的樣品，但我們推論是製造工藝上的難度更高，成本更高的原因，使得零售市場上較為少見。

(5) 扭力量測中，我們也觀察到義大利麵之長度極限，當量長度短至一極限時，則產生扭動斷裂，其約占總長度百分比約在30~40 %左右，約在總體長度的1/3處。

(6) 最後，我們認為義大利麵的密度應是作為烹煮時間的指標，而產品包裝上的建議時間約只能做為參考，但實驗扭力係與義大利麵 San Remo 12分鐘、Karon 3分鐘之建議時間是相符的，而 Biondi、ORO、與 Paone 則介於9~6分鐘之間。

我們本次有趣的專題研究，提出之研究方法可以完美的以扭轉施力概念來量測單根義大利麵之相關動力學參數，且系統之 PLA 組合構造數與麵體密度對扭轉係數呈現非線性的遞增關係，且改變「快、慢彎曲速度」會有不同的折斷數，意味著義大利麵之斷裂兩段與三段之謎仍存在變因，未來皆值得我們進一步研究。

陸、結論

目前，扭轉變量的動力學仍還很少被研究，還有大量的問題需要探索。譬如二維線型材料之扭轉係數與結構學之關係：如具有微小六邊形、四邊形、三角形孔洞結構之直線，其結構如何影響之後的斷裂行為？皆引起我們的興趣，而當樣品受到水氣、加熱、或退火之影響對系統會有何影響？仍需在未來我們設備量測與分析能力的提昇來解決；

我們此次科展所提出之實驗模型，匆促中，仍有不足，此工作相信可以在未來為物理系統與動力學實驗提供更豐富的研究課題與更廣闊的研究前景。

柒、參考資料及其他

- [1] Audoly B, Neukirch S (2005) Fragmentation of rods by cascading cracks: Why spaghetti does not break in half. *Phys Rev Lett* 95:095505.
- [2] Gladden JR, Handzy NZ, Belmonte A, Villermaux E (2005) Dynamic buckling and fragmentation in brittle rods. *Phys Rev Lett* 94:035503.
- [3] Sykes C (1996) *No Ordinary Genius* (Norton and Company Ltd., New York), pp 180– 181.
- [4] Olympic Channel (2012) Lazaro Borges (CUB) snaps pole - Pole vault - London 2012 Olympics [video recording]. Available at <https://www.youtube.com/watch?v=VrHiK1aHWL0>. Accessed February 1, 2018
- [5] Heisser RH, Patil VP, Stoop N, Villermaux E, Dunkel J. Controlling fracture cascades through twisting and quenching. *Proc Natl Acad Sci U S A*. 2018 Aug 28;115(35):8665-8670.
- [6] BBC on this today| 1 | 1957: BBC fools the nation. *BBC News*. 1957-04-01.
- [7] Understanding Torsion. Available at <https://youtu.be/1YTKedLQOa0>
- [8] 普通物理實驗-AIoTs 扭擺實驗 <https://sites.google.com/gms.ndhu.edu.tw/iots/semester-ii/2-7aiots-torsion-pendulum/python-codeanalysis?authuser=0>