壹、研究動機

上學期的期末，班上舉辦了一場熱鬧的同樂會，同學正開心的在玩撿紅點，撿紅點顧名思義，就是丟出一張牌來撿海底牌，只要丟出的牌與海底牌搭起來為 10 分即可撿回，撿到紅色的牌即可獲得分數，K、Q、J 搭配同樣的 K、Q、J 牌，9 搭配 A，2 搭配 8，以此類推。若手上沒有可以與場上搭配的牌，就必須打出一張自己的手牌，以得分最多的，也就是撿到最多紅色的點數的玩家為贏家。此時我們想起上學期所學的質數，於是我們試著改變遊戲規則，將丟出的牌與海底牌搭起來為質數即可撿回，我們在研究新規則遊戲的同時也發現隱藏在其中的不為人知的奧秘。

貳、研究目的與研究問題

我們藉由操作找出任意兩張撲克牌加起來是質數的規律。並且嘗試加入不同的條件，以及改變遊戲規則，看看結果是不是會有不一樣的變化？

一、 從撲克牌中任取兩張，這兩張撲克牌之和為質數，找出其通則

二、 從撲克牌中任取三張，這三張撲克牌之和為質數，找出其通則

三、 從撲克牌中任取四張，這四張撲克牌之和為質數，找出其通則

四、 生活中的應用

參、解釋名詞

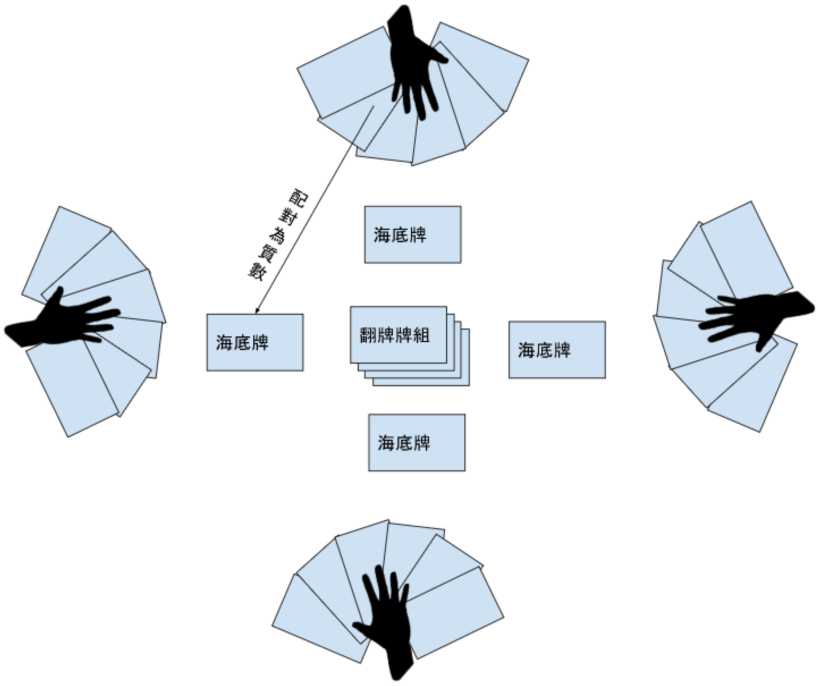
組合首數：我們從撲克牌中找出任意兩或三張牌組合成質數時，為方便整理，故設定所取出的第一個數字稱為組合首數。

組合首兩數：我們從撲克牌中找出任意四張牌組合成質數時，為方便整理，故設定所取出的前兩張牌稱為組合首兩數。

組合質數：意思是說從撲克牌中取出的牌數之和為質數。

海底牌：海底牌顧名思義就是底牌，玩家須將你手中的牌和海底牌相加為質數，才能算獲勝。

翻牌牌組：一副撲克牌，扣掉玩家手上的牌和海底牌，其餘放置中間的就稱為翻排牌組，當玩家手上無牌可以配對時，玩家必須丟出手上的牌就可以抽一張翻排牌組中的牌。



肆、 預備知識

質數：大於 1 的正整數(自然數)中，只能被 1 與本身整除的數，也可以說它的因數就只有 1 和自己本身，再找不到其它的因數，而這些數統稱為質數。

合數：大於 1 的正整數中，除了 1 與本身之外，還能被其它自然數整除的數，也可以說它的因數除了 1 和自己本身以外還有其它因數，而這些數統稱為合數。

組合：從 n 個不同元素中取出 k 個元素的所有不同組合的個數，叫做從 n 個不同元素中取出 k 個元素的組合數。表：

$$C_k^n = \frac{n!}{k!\,(n-k)\,!} \quad (\text{其中}n!\text{是指}n\times(n-1)\times(n-2)\times(n-3)\cdots\cdots)$$

條件機率：設 A，B 為兩事件，P(A)>0 ，在事件 A 發生的情況下，事件 B 發生的機率稱為 B 的條件機率，以 P(B|A) 表： $P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$.

其中 P(A)表 A 事件發的機率，P(A∩B)表 A、B 同時發生的機率。

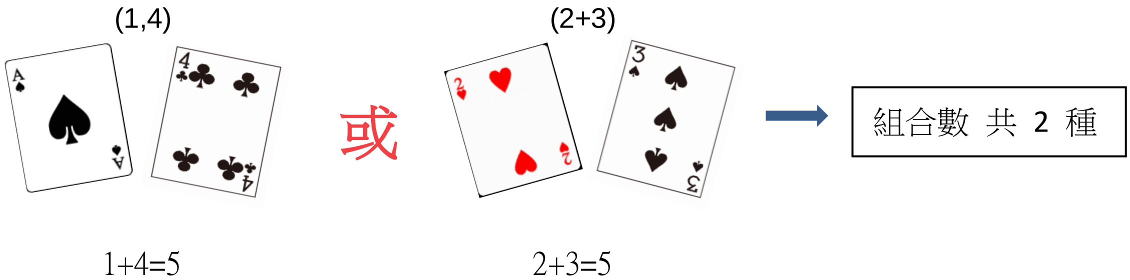
中位數：又稱中值，統計學中的專有名詞，是按順序排列的一組數據中居於中間位置的數。對於有限的數集，可以通過把所有觀察值高低排序後找出正中間的一個作為中位數。

伍、研究過程與方法

問題一：從撲克牌中任取兩張，這兩張撲克牌之和為質數，找出其通則

我們利用徒手操作法，從撲克牌中取兩張牌，而這兩張牌加起來必須為質數，並將它從小到大依序排列，有規律地排列，從相加起來的質數最小的 2 開始找起，在找的同時，我們只論其數字不論其花色，並將其整理成以下表格，由表格當中我們可以發現一些組合規律：

【舉例說明】數字和為質數 5



數字和	是否為質數	組合質數	總組數
3	是	(1,2)	1
5	是	(1,4)(2,3)	2
7	是	(1,6)(2,5)(3,4)	3
9	否	(1,8)(2,7)(3,6) (4,5)	4
11	是	(1,10)(2,9)(3,8)(4,7)(5,6)	5
13	是	(1,12)(2,11)(3,10)(4,9)(5,8)(6,7)	6
15	否	(2,13)(3,12)(4,11)(5,10)(6,9)(7,8)	6
17	是	(4,13)(5,12)(6,11)(7,10)(8,9)	5
19	是	(6,13)(7,12)(8,11)(9,10)	4
21	否	(8,13)(9,12)(10,11)	3
23	是	(10,13)(11,12)	2
25	否	(12,13)	1

一、由上表我們可以整理出以下規律

（一）、表格前後的組合總數具有對稱性，且組合總數先是規律性的遞增，接著是規律性的遞減。

（二）、上列的組合總數加總的計算方式可以視為矩形面積的計算(含非質數)，例：(1+6)*6=42。

（三）、從上表中可以發現，任取兩張牌之和為質數，最大為 23。

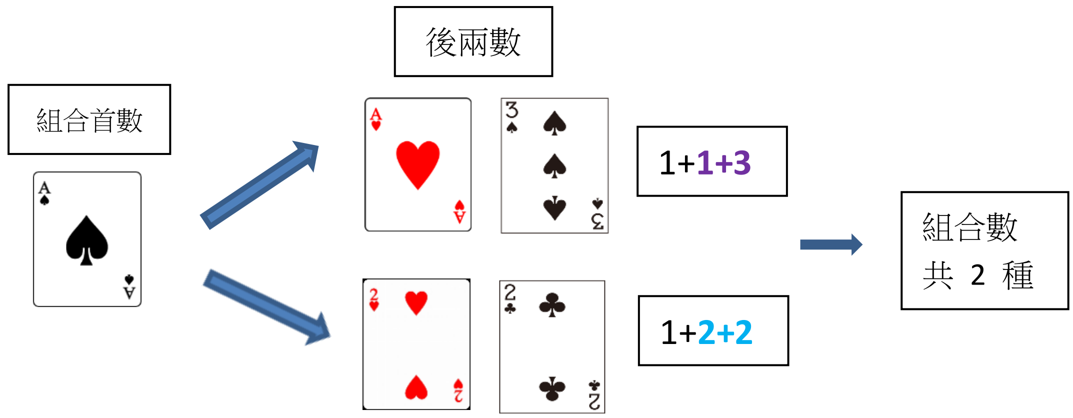
（四）、若取兩張牌之和要為質數，除了(1,1)之外，其餘組合必為（奇數+偶數），兩者相加必為奇數。

（五）、如果前一項是(X,Y)，後一項則為[(X+1),(Y-1)]，依此類推。例如:17 的組合質數分別為(4,13)(5,12)(6,11)(7,10)(8,9)。

問題二：從撲克牌中任取三張，這三張撲克牌之和為質數，找出其通則

從問題一中，我們可以發現一些找質數的方法與規律，一開始我們仍利用徒手操作法，從撲克牌取三張牌，而這三張牌加起來必須為質數，我們將它從小到大依序排列，在排列時我們刻意將 1 設為組合首數，因為在撲克牌中最大的數就是 13 了，剩下的兩數之和必須是為該質數減 1，例如在找質數 5 時，我們會先將質數 5 減掉 1(等於 4)，再去找剩下兩個加起來等於 4 的數字，在找的時候，仍由 1 開始找起(1+3 或 2+2)，這樣子的找法可以避免缺漏或是重複的現象發生，待組合首數 1 的數字都找完之後再換組合首數 2，依此類推……

【舉例說明】數字和為質數 5



數字	是否為質數	組合首數	後兩數	組數	總組數
3	是	1	(1,1)	1	1
5	是	1	(1,3)(2,2)	2	2

數字	是否為質數	組合首數	後兩數	組數	總組數
		1	(1,5)(2,4)(3,3)	3	
7	是	2	(2,3)	1	4
		1	(1,7)(2,6)(3,5)(4,4)	4	
		2	(2,5)(3,4)	2	
9	不是	3	(3,3)	1	7
		1	(1,9)(2,8)(3,7)(4,6)(5,5)	5	
		2	(2,7)(3,6)(4,5)	3	
11	是	3	(3,5)(4,4)	2	10
		1	(1,11)(2,10)(3,9)(4,8)(5,7)(6,6)	6	
		2	(2,9)(3,8)(4,7)(5,6)	4	
		3	(3,7)(4,6)(5,5)	3	
13	是	4	(4,5)	1	14
		1	(1,13)(2,12)(3,11)(4,10)(5,9)(6,8)(7,7)	7	
		2	(2,11)(3,10)(4,9)(5,8)(6,7)	5	
		3	(3,9)(4,8)(5,7)(6,6)	4	
		4	(4,7)(5,6)	2	
15	不是	5	(5,5)	1	19
		1	(3,13)(4,12)(5,11)(6,10)(7,9)(8,8)	6	
		2	(2,13)(3,12)(4,11)(5,10)(6,9)(7,8)	6	
		3	(3,11)(4,10)(5,9)(6,8)(7,7)	5	
		4	(4,9)(5,8)(6,7)	3	
17	是	5	(5,7)(6,6)	2	22
		1	(5,13)(6,12)(7,11)(8,10)(9,9)	5	
		2	(4,13)(5,12)(6,11)(7,10)(8,9)	5	
		3	(3,13)(4,12)(5,11)(6,10)(7,9)(8,8)	6	
		4	(4,11)(5,10)(6,9)(7,8)	4	
		5	(5,9)(6,8)(7,7)	3	
19	是	6	(6,7)	1	24
		1	(7,13)(8,12)(9,11)(10,10)	4	
		2	(6,13)(7,12)(8,11)(9,10)	4	
		3	(5,13)(6,12)(7,11)(8,10)(9,9)	5	
21	不是	4	(4,13)(5,12)(6,11)(7,10)(8,9)	5	

數字	是否為質數	組合首數	後兩數	組數	總組數
		5	(5,11)(6,10)(7,9)(8,8)	4	
		6	(6,9)(7,8)	2	
21	不是	7	(7,7)	1	25
		1	(9,13)(10,12)(11,11)	3	
		2	(8,13)(9,12)(10,11)	3	
		3	(7,13)(8,12)(9,11)(10,10)	4	
		4	(6,13)(7,12)(8,11)(9,10)	4	
		5	(5,13)(6,12)(7,11)(8,10)(9,9)	5	
		6	(6,11)(7,10)(8,9)	3	
23	是	7	(7,9)(8,8)	2	24
		1	(11,13)(12,12)	2	
		2	(10,13)(11,12)	2	
		3	(9,13)(10,12)(11,11)	3	
		4	(8,13)(9,12)(10,11)	3	
		5	(7,13)(8,12)(9,11)(10,10)	4	
		6	(6,13)(7,12)(8,11)(9,10)	4	
		7	(7,11)(8,10)(9,9)	3	
25	不是	8	(8,9)	1	22
		1	(13,13)	1	
		2	(12,13)	1	
		3	(11,13),(12,12)	2	
		4	(10,13)(11,12)	2	
		5	(9,13)(10,12)(11,11)	3	
		6	(8,13)(9,12)(10,11)	3	
		7	(7,13)(8,12)(9,11)(10,10)	4	
		8	(8,11)(9,10)	2	
27	不是	9	(9,9)	1	19
		3	(13,13)	1	
		4	(12,13)	1	
		5	(11,13)(12,12)	2	
		6	(10,13)(11,12)	2	
29	是	7	(9,13)(10,12)(11,11)	3	

數字	是否為質數	組合首數	後兩數	組數	總組數
		8	(8,13)(9,12)(10,11)	3	
29	是	9	(9,11)(10,10)	2	14
		5	(13,13)	1	
		6	(12,13)	1	
		7	(11,13)(12,12)	2	
		8	(10,13)(11,12)	2	
		9	(9,13)(10,12)(11,11)	3	
31	是	10	(10,11)	1	10
		7	(13,13)	1	
		8	(12,13)	1	
		9	(11,13)(12,12)	2	
		10	(10,13)(11,12)	2	
33	不是	11	(11,11)	1	7
		9	(13,13)	1	
		10	(12,13)	1	
35	不是	11	(11,13)(12,12)	2	4
		11	(13,13)	1	
37	是	12	(12,13)	1	2
39	不是	13	(13,13)	1	1

一、由上表我們可以整理出以下規律

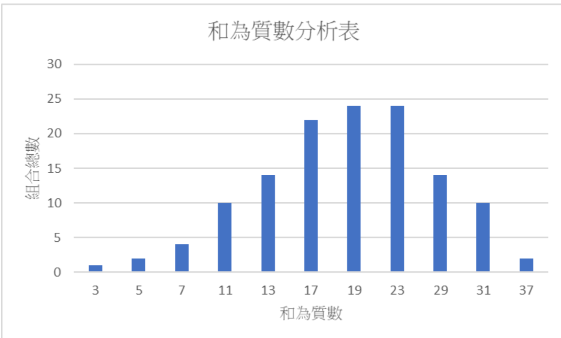
（一）、表格前後的組合總數具有對稱性，以上表為例，中間數字 19 的組合數較多，且組合總數先是遞增，接著是遞減。

（二）、從上表中可以發現，任取三張牌之和為質數，此數最大值為 37。

（三）、若第一張牌取出的數字越小，要與後兩張牌組合成質數的可能性越高。

（四）、若取三張牌之和要為質數，其組合可為（奇數+偶數+偶數）、（奇數+奇數+奇數）

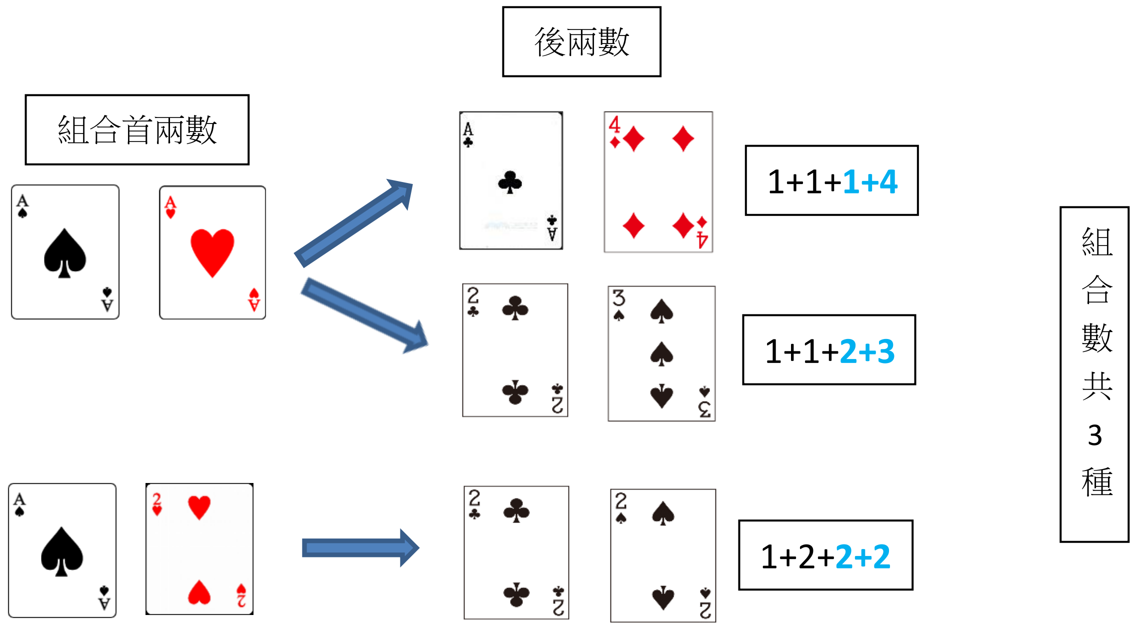
（五）、當質數之和越靠近中位數（在所有奇數和的狀況）時，其組合數也越多。(如圖)



問題三：從撲克牌中任取四張，這四張撲克牌之和為質數，找出其通則

承問題二找尋質數的方法，從撲克牌取四張牌，而這四張牌加起來必須為質數，我們將它從小到大依序排列，在排列時我們刻意將 1，1 設為組合首兩數，因為在撲克牌中最大的數是 13，剩下的兩數之和必須是為該質數減 2；接著我們再以 1，2 為組合首兩數，再去找剩下的兩數，依此類推……這樣的找法可避免缺漏或是重複的現象發生。

【舉例說明】數字和為質數 7



數字	是否為質數	組合首兩數	後兩數	組數	總組數
5	是	1、1	(1,2)	1	1
		1、1	(1,4)(2,3)	2	
7	是	1、2	(2,2)	1	3
		1、1	(1,6)(2,5)(3,4)	3	
		1、2	(2,4)(3,3)	2	
9	不是	2、2	(2,3)	1	6
		1、1	(1,8)(2,7)(3,6)(4,5)	4	
		1、2	(2,6)(3,5)(4,4)	3	
		1、3	(3,4)	1	
		2、2	(2,5)(3,4)	2	
11	是	2、3	(3,3)	1	11

一、由上表我們可以整理出以下規律(因數據太多，比賽當日以**筆記方式**呈現)

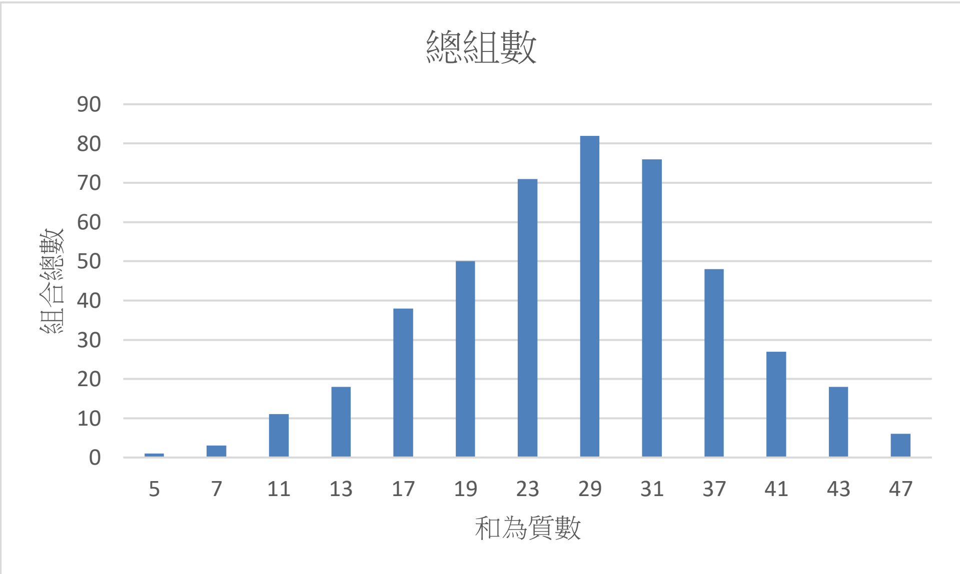
（一）、表格前後的組合總數先是遞增，接著是遞減。

（二）、從上表中可以發現，任取四張牌之和為質數，此數最大值為 47。

（三）、若前兩張牌取出的數字和越小，要與後兩張牌組合成質數的可能性越高。

（四）、若取四張牌之和要為質數，其組合可為（奇數+偶數+偶數+偶數）、（奇數+奇數+奇數+偶數）

（五）、四張牌之和為質數的組合總數比較起兩張、三張的組合總數，高峰較靠近右側，而高峰兩側其組合數也較多。(如下圖)



問題四：生活中的應用

一、我們嘗試更改撿紅點的玩法，並計算其機率

撿紅點的遊戲規則(以四人為例)	質數撿紅點的遊戲規則(以四人為例)
1、一開始一個人發六張牌 2、抽起最上方的四張牌當作「海底牌」 3、剩餘的牌疊起稱為「翻牌牌組」 4、開始遊戲後，每個人輪流打出一張手上的牌中與海底牌可以湊成 10 點的牌。 5、若手中沒牌可與翻開的牌配對時，打	1、一開始一人發六張牌 2、抽起最上方的四張牌當作「海底牌」，剩餘的牌疊起稱為「翻牌牌組」 3、開始遊戲後，每個人輪流打出一張手上的牌中與海底牌可以湊質數的牌。 4、若手中沒牌可與翻開的牌配對時，打出一張手中的牌，並獲得一次翻牌的機

出一張手中的牌，並可獲得一次翻牌的機會。若打出的牌和翻開的牌還是無法配對，都被當作是海底牌。 6、當所有翻牌牌組皆取完而所有玩家將手內牌組打出後，就可以開始進行分數計算。 7、分數計算，以紅色牌皆計分，黑色牌僅計算黑桃 A。 8、分數計算如下： (1)黑桃 A 為 30 分 (2)紅心 A 與方塊 A 為 20 分 (3)紅色 9、10、J、Q、K 各為 10 分 (4)紅色的 2、3、4、5、6、7、8 的分數各為牌面的數字。	會。若打出的牌和翻開的牌還是無法配對，都被當作是海底牌。 5、當所有翻牌牌組皆取完而所有玩家將手內牌組打出後，就可以開始進行分數計算。 6、分數計算如下： (1)計算紅色牌的分數即可，黑色牌一率不列入計算。 (2)牌面上的點數即為計算分數。 (3)紅色牌點數總和最高者勝利。

二、任已知首數為□，求其抽出的第二張數字與□合起來為質數的機率

(一)　、我們用徒手操作找出任意取兩張的組合數之情況，整理如下

數字和	是否為質數	組合質數	情況	可能的組合數
2	是	(1,1)	1	6(四張 1 有 6 種組合)
3	是	(1,2)	1	16(四張 1 和四張 2 共有 16 種組合)
5	是	(1,4)(2,3)	2	32(16+16)
7	是	(1,6)(2,5)(3,4)	3	48(16+16+16)
9	否	(1,8)(2,7)(3,6)(4,5)	4	64(16+16+16+16)
11	是	(1,10)(2,9)(3,8)(4,7)(5,6)	5	80(16+16+16+16+16)
13	是	(1,12)(2,11)(3,10)(4,9)(5,8)(6,7)	6	96(16+16+16+16+16+16)
15	否	(2,13)(3,12)(4,11)(5,10)(6,9)(7,8)	6	96(16+16+16+16+16+16)
17	是	(4,13)(5,12)(6,11)(7,10)(8,9)	5	80(16+16+16+16+16)
19	是	(6,13)(7,12)(8,11)(9,10)	4	64(16+16+16+16)
21	否	(8,13)(9,12)(10,11)	3	48(16+16+16)
23	是	(10,13)(11,12)	2	32(16+16)
25	否	(12,13)	1	16

(二) 、已知組合首數為□，求其抽出的第二張數字與□合起來為質數的機率?

一副牌 52 張，抽牌的機率相等，分兩次抽取，一次抽一張。我們預先假設所抽出的第一張牌為□，再求後一張跟第一張加起來為質數的機率? 並且計算其勝的機率，分別以下表呈現，最後找出其通則並整理研究發現。我們用點數的方式找出其可以組合成質數的情況。

第一張牌(A)	A的總張數	可與第一張牌結合成質數的牌(B)	第二張可能與第一張配成質數的張數	兩次抽牌都符合的情況	已知第一張牌是1的事件，B表後張加起一來是質數的機率
1	4	剩三張：1 四張：2、4、6、10、12	23	92 種	$\frac{92}{4\times51}=\frac{92}{204}$
2	4	四張：1、3、5、9、11	20	80 種	$\frac{80}{4\times51}=\frac{80}{204}$
3	4	四張：2、4、8、10	16	64 種	$\frac{64}{4\times51}=\frac{64}{204}$
4	4	四張：1、3、7、9、13	20	80 種	$\frac{80}{4\times51}=\frac{80}{204}$
5	4	四張：2、6、8、12	16	48 種	$\frac{48}{4\times51}=\frac{48}{204}$
6	4	四張：1、5、7、11、13	20	80 種	$\frac{80}{4\times51}=\frac{80}{204}$
7	4	四張：4、6、10、12	16	64 種	$\frac{64}{4\times51}=\frac{64}{204}$
8	4	四張：3、5、9、11	16	64 種	$\frac{64}{4\times51}=\frac{64}{204}$
9	4	四張：2、4、8、10	16	64 種	$\frac{64}{4\times51}=\frac{64}{204}$
10	4	四張：1、3、7、9、13	20	80 種	$\frac{80}{4\times51}=\frac{80}{204}$
11	4	四張：2、6、8、12	16	64 種	$\frac{64}{4\times51}=\frac{64}{204}$
12	4	四張：1、5、7、11	16	64 種	$\frac{64}{4\times51}=\frac{64}{204}$
13	4	四張：4、6、10	12	48 種	$\frac{48}{4\times51}=\frac{48}{204}$

1、在已知第一張牌為□的事件下，求後一張與□加起來為**質數**的機率?

(1) 令 A 表第一張牌是 1 的事件，B 表後一張跟第一張加起來為質數的事件

$A \cap B$ 表兩次抽牌都符合 A 跟 B 的狀況的機率，

故 $P(A) = \frac{4}{52}$，

$$P(A \cap B) = \left(\frac{C_1^4}{C_1^{52}} \times \frac{C_1^3}{C_1^{51}} + \frac{C_1^4}{C_1^{52}} \times \frac{C_1^{20}}{C_1^{51}}\right) = \frac{23}{663}$$

$$P(B|A) = P(A \cap B)/P(A) = \left(\frac{23}{663}\right)/\frac{4}{52} = \frac{23}{51}$$

(2) 其餘，令 A 表第一張牌是□的事件，其中□＝2~13，B 表後張與□加起來是質數的事件

以□＝2 為例，與 2 相加為質數的有 1、3、5、9、11，每一個數字有四張牌，所以共有 20 張牌可與之組合成質數

故 $P(A) = \frac{4}{52}$，

$$P(A \cap B) = \frac{C_1^4}{C_1^{52}} \times \frac{C_1^{20}}{C_1^{51}} = \frac{20}{663}$$

$$P(B|A) = P(A \cap B)/P(A) = \left(\frac{20}{663}\right)/\frac{4}{52} = \frac{20}{51}$$

其餘以此類推……

由上，我們可將所有的可能整理表格如下

第一張牌(A)	A 的總張數	可與第一張牌結合成質數的牌(B)	P(A)	P(B)	P(A∩B)	P(B|A)	計算結果
1	4	1、2、4、6、10、12	$\frac{4}{52}$	$\frac{23}{52}$	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}} \times \frac{C_1^3}{C_1^{51}} + \frac{C_1^4}{C_1^{52}} \times \frac{C_1^{20}}{C_1^{51}}$	$\left(\frac{C_1^4}{C_1^{52}} \times \frac{C_1^3}{C_1^{51}} + \frac{C_1^4}{C_1^{52}} \times \frac{C_1^{20}}{C_1^{51}}\right) / \frac{4}{52}$	$\frac{23}{51}$
2	4	1、3、5、9、11	$\frac{4}{52}$	$\frac{20}{52}$	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}} \times \frac{C_1^{20}}{C_1^{51}}$	$\left(\frac{C_1^4}{C_1^{52}} \times \frac{C_1^{20}}{C_1^{51}}\right) / \frac{4}{52}$	$\frac{20}{51}$

3	4	2、4、8、10	$\frac{4}{52}$	$\frac{16}{52}$	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}} \times \frac{C_1^{16}}{C_1^{51}}$	$(\frac{C_1^4}{C_1^{52}} \times \frac{C_1^{16}}{C_1^{51}}) / \frac{4}{52}$	$\frac{16}{51}$
4	4	1、3、7、9、13	$\frac{4}{52}$	$\frac{20}{52}$	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}} \times \frac{C_1^{20}}{C_1^{51}}$	$(\frac{C_1^4}{C_1^{52}} \times \frac{C_1^{20}}{C_1^{51}}) / \frac{4}{52}$	$\frac{20}{51}$
5	4	2、6、8、12	$\frac{4}{52}$	$\frac{16}{52}$	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}} \times \frac{C_1^{16}}{C_1^{51}}$	$(\frac{C_1^4}{C_1^{52}} \times \frac{C_1^{16}}{C_1^{51}}) / \frac{4}{52}$	$\frac{16}{51}$
6	4	1、5、7、11、13	$\frac{4}{52}$	$\frac{20}{52}$	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}} \times \frac{C_1^{20}}{C_1^{51}}$	$(\frac{C_1^4}{C_1^{52}} \times \frac{C_1^{20}}{C_1^{51}}) / \frac{4}{52}$	$\frac{20}{51}$
7	4	4、6、10、12	$\frac{4}{52}$	$\frac{16}{52}$	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}} \times \frac{C_1^{16}}{C_1^{51}}$	$(\frac{C_1^4}{C_1^{52}} \times \frac{C_1^{16}}{C_1^{51}}) / \frac{4}{52}$	$\frac{16}{51}$
8	4	3、5、9、11	$\frac{4}{52}$	$\frac{16}{52}$	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}} \times \frac{C_1^{16}}{C_1^{51}}$	$(\frac{C_1^4}{C_1^{52}} \times \frac{C_1^{16}}{C_1^{51}}) / \frac{4}{52}$	$\frac{16}{51}$
9	4	2、4、8、10	$\frac{4}{52}$	$\frac{16}{52}$	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}} \times \frac{C_1^{16}}{C_1^{51}}$	$(\frac{C_1^4}{C_1^{52}} \times \frac{C_1^{16}}{C_1^{51}}) / \frac{4}{52}$	$\frac{16}{51}$
10	4	1、3、7、9、13	$\frac{4}{52}$	$\frac{20}{52}$	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}} \times \frac{C_1^{20}}{C_1^{51}}$	$(\frac{C_1^4}{C_1^{52}} \times \frac{C_1^{20}}{C_1^{51}}) / \frac{4}{52}$	$\frac{20}{51}$
11	4	2、6、8、12	$\frac{4}{52}$	$\frac{16}{52}$	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}} \times \frac{C_1^{16}}{C_1^{51}}$	$(\frac{C_1^4}{C_1^{52}} \times \frac{C_1^{16}}{C_1^{51}}) / \frac{4}{52}$	$\frac{16}{51}$
12	4	1、5、7、11	$\frac{4}{52}$	$\frac{16}{52}$	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}} \times \frac{C_1^{16}}{C_1^{51}}$	$(\frac{C_1^4}{C_1^{52}} \times \frac{C_1^{16}}{C_1^{51}}) / \frac{4}{52}$	$\frac{16}{51}$
13	4	4、6、10	$\frac{4}{52}$	$\frac{12}{52}$	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}} \times \frac{C_1^{12}}{C_1^{51}}$	$(\frac{C_1^4}{C_1^{52}} \times \frac{C_1^{12}}{C_1^{51}}) / \frac{4}{52}$	$\frac{12}{51}$

(三) 、研究發現

1、第 1 張牌抽到的數字越小，後面抽到其他牌再配成質數的機會就會提高。

2、除了 1 之外，其餘第一張抽到偶數之後，機率會比抽到大於該偶數 1 的奇數，後面抽到其他牌再配成質數的機率高。

三、已知組合首數為□，求其抽出的第二三張排與□合起來為質數的機率?

一副牌 52 張，抽牌的機率相等，分兩次抽取，第一次一張，第二次兩張。我們預先假設所抽出的第一張牌為□，再求後兩張跟第一張加起來為質數的機率?並且計算其勝的機率，分別以下表呈現，最後找出其通則並整理研究發現。

1、在已知第一張牌為□的事件下，求後兩張與□加起來為**質數 5** 的機率?

（1） 令 A 表第一張牌是 1 的事件，B 表後兩張加起來是 4 的事件分別為 (1,3)(2,2)，所以

$A\cap B$ 表兩次抽牌都符合 A 跟 B 的狀況的機率，

故 $P(A)=\frac{4}{52}$，

$$P(A\cap B)=\frac{C_1^4}{C_1^{52}}\times\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{51}}+\frac{C_1^4}{C_1^{52}}\times\frac{C_2^4}{C_2^{51}}=\frac{6}{5525}\quad \begin{cases}(1,1,3)\\(1,2,2)\end{cases}$$

$$P(B|A)=P(A\cap B)/P(A)=\frac{6}{5525}/\frac{1}{13}=\frac{18}{1275}=\frac{6}{425}$$

（2） 令 A 表第一張牌是 2 的事件，B 表後兩張加起來是 3 的事件分別為 (1,2)，所以

$A\cap B$ 表兩次抽牌都符合 A 跟 B 的狀況的機率，

故 $P(A)=\frac{4}{52}$，

$$P(A\cap B)=\frac{C_1^4}{C_1^{52}}\times\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{51}}=\frac{4}{5525}\quad \{\ (2,1,2)$$

$$P(B|A)=P(A\cap B)/P(A)=\frac{4}{5525}/\frac{1}{13}=\frac{12}{1275}=\frac{4}{425}$$

（3） 令 A 表第一張牌是 3 的事件，B 表後兩張加起來是 2 的事件分別為 (1,1)，所以

$A\cap B$ 表兩次抽牌都符合 A 跟 B 的狀況的機率，

故 P(A) = $\frac{4}{52}$，

$$P(A\cap B) = \frac{C_1^4}{C_1^{52}} \times \frac{C_2^4}{C_2^{51}} = \frac{2}{5525} \quad \{ \ (3,1,1)$$

$$P(B|A) = P(A\cap B)/P(A) = \frac{2}{5525} / \frac{1}{13} = \frac{6}{1275} = \frac{2}{425}$$

綜合以上，已知第一張牌，再找出後兩張跟第一張加起來為**質數** 5 的機率如下

第一張牌(A)	A的總張數	可結合成質數5的後二張牌(B)	P(A)	P(A∩B)	P(B|A)	計算結果
1	4	(1,3)(2,2)	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}}$	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}}\left(\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{51}}+\frac{C_2^4}{C_2^{51}}\right)$	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}}\left(\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{51}}+\frac{C_2^4}{C_2^{51}}\right) / \frac{C_1^4}{C_1^{52}}$	$\frac{18}{1275}$
2	4	(1,2)	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}}$	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}}\times\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{51}}$	$\left(\frac{C_1^4}{C_1^{52}}\times\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{51}}\right) / \frac{C_1^4}{C_1^{52}}$	$\frac{12}{1275}$
3	4	(1,1)	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}}$	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}}\times\frac{C_2^4}{C_2^{51}}$	$\left(\frac{C_1^4}{C_1^{52}}\times\frac{C_2^4}{C_2^{51}}\right) / \frac{C_1^4}{C_1^{52}}$	$\frac{6}{1275}$
加總						$\frac{36}{1275}$

2、在已知第一張牌為□的事件下，求後兩張與□加起來為**質數** 7 的機率?

（1） 令 A 表第一張牌是 1 的事件，B 表後兩張加起來是 6 的事件分別為 (1,5)(2,4)(3,3)，所以

$A\cap B$ 表兩次抽牌都符合 A 跟 B 的狀況的機率，

故 P(A) = $\frac{4}{52}$，

$$P(A\cap B) = \frac{C_1^4}{C_1^{52}}\times\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{51}} + \frac{C_1^4}{C_1^{52}}\times\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{51}} + \frac{C_1^4}{C_1^{52}}\times\frac{C_2^4}{C_2^{51}} = \frac{382}{281775} \left\{ \begin{array}{l} (1,1,5) \\ (1,2,4) \\ (1,3,3) \end{array} \right.$$

$$P(B|A) = P(A\cap B)/P(A) = \frac{382}{281775} / \frac{1}{13} = \frac{34}{1275}$$

（2） 令 A 表第一張牌是 2 的事件，B 表後兩張加起來是 5 的事件分別為 (1,4)(2,3)，所以

$A \cap B$ 表兩次抽牌都符合 A 跟 B 的狀況的機率，

故 $P(A) = \frac{4}{52}$，

$$P(A\cap B) = \frac{C_1^4}{C_1^{52}} \times \frac{C_1^4 C_1^4}{C_2^{51}} + \frac{C_1^4}{C_1^{52}} \times \frac{C_1^3 C_1^4}{C_2^{51}} = \frac{28}{16575} \begin{cases} (2,1,4) \\ (2,2,3) \end{cases}$$

$$P(B|A) = P(A\cap B)/P(A) = \frac{28}{16575} / \frac{1}{13} = \frac{28}{1275}$$

（3） 令 A 表第一張牌是 3 的事件，B 表後兩張加起來是 4 的事件分別為 (1,3)(2,2)，所以

$A \cap B$ 表兩次抽牌都符合 A 跟 B 的狀況的機率，

故 $P(A) = \frac{4}{52}$，

$$P(A\cap B) = \frac{C_1^4}{C_1^{52}} \times \frac{C_1^4 C_1^3}{C_2^{51}} + \frac{C_1^4}{C_1^{52}} \times \frac{C_2^4}{C_2^{51}} = \frac{18}{16575} \begin{cases} (3,1,3) \\ (3,2,2) \end{cases}$$

$$P(B|A) = P(A\cap B)/P(A) = \frac{18}{16575} / \frac{1}{13} = \frac{18}{1275}$$

（4） 令 A 表第一張牌是 4 的事件，B 表後兩張加起來是 3 的事件分別為 (1,2) ，所以

$A \cap B$ 表兩次抽牌都符合 A 跟 B 的狀況的機率，

故 $P(A) = \frac{4}{52}$，

$$P(A\cap B) = \frac{C_1^4}{C_1^{52}} \times \frac{C_1^4 C_1^4}{C_2^{51}} = \frac{16}{16575} \quad \{ \ (4.1.2)$$

$$P(B|A) = P(A\cap B)/P(A) = \frac{16}{16575}/\frac{1}{13} = \frac{16}{1275}$$

（5） 令 A 表第一張牌是 5 的事件，B 表後兩張加起來是 2 的事件分別為

(1,1) ， 所以

$A\cap B$ 表兩次抽牌都符合 A 跟 B 的狀況的機率，

故 $P(A) = \frac{4}{52}$，

$$P(A\cap B) = \frac{C_1^4}{C_1^{52}} \times \frac{C_2^4}{C_2^{51}} = \frac{6}{16575} \quad \{\ (5,1,1)$$

$$P(B|A) = P(A\cap B)/P(A) = \frac{6}{16575}/\frac{1}{13} = \frac{6}{1275}$$

綜合以上，已知第一張牌，再找出後兩張跟第一張加起來為質數 7 的機率如下 ：

第一張牌(A)	A的總張數	可結合成質數 7 的後兩張牌(B)	P(A)	P(A∩B)	P(B|A)	計算結果
1	4	(1,5)(2,4)(3,3)	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}}$	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}}\left(\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{51}}+\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{51}}+\frac{C_2^4}{C_2^{51}}\right)$	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}}\left(\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{51}}+\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{51}}+\frac{C_2^4}{C_2^{51}}\right)/\frac{C_1^4}{C_1^{52}}$	$\frac{34}{1275}$
2	4	(1,4)(2,3)	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}}$	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}}\left(\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{51}}+\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{51}}\right)$	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}}\left(\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{51}}+\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{51}}\right)/\frac{C_1^4}{C_1^{52}}$	$\frac{28}{1275}$
3	4	(1,3)(2,2)	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}}$	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}}\left(\frac{C_1^4C_1^3}{C_2^{51}}+\frac{C_2^4}{C_2^{51}}\right)$	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}}\left(\frac{C_1^4C_1^3}{C_2^{51}}+\frac{C_2^4}{C_2^{51}}\right)/\frac{C_1^4}{C_1^{52}}$	$\frac{18}{1275}$
4	4	(1,2)	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}}$	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}}\times\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{51}}$	$\left(\frac{C_1^4}{C_1^{52}}\times\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{51}}\right)/\frac{C_1^4}{C_1^{52}}$	$\frac{16}{1275}$
5	4	(1,1)	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}}$	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}}\times\frac{C_2^4}{C_2^{51}}$	$\left(\frac{C_1^4}{C_1^{52}}\times\frac{C_2^4}{C_2^{51}}\right)/\frac{C_1^4}{C_1^{52}}$	$\frac{6}{1275}$
加總						$\frac{102}{1275}$

3、在已知第一張牌為□的事件下，求後兩張與□加起來為質數 11 的機率?

（1）令 A 表第一張牌是 1 的事件，B 表後兩張加起來是 10 的事件分別為

(1,9)(2,8)(3,7)(4,6)(5,5)，所以

$A \cap B$表兩次抽牌都符合 A 跟 B 的狀況的機率，

故 $P(A) = \frac{4}{52}$，

$$P(A \cap B) = \frac{C_1^4}{C_1^{52}} \times \frac{C_1^3 C_1^4}{C_2^{51}} + 3 \times \left(\frac{C_1^4}{C_1^{52}} \times \frac{C_1^4 C_1^4}{C_2^{51}}\right) + \frac{C_1^4}{C_1^{52}} \times \frac{C_2^4}{C_2^{51}} = \frac{22}{5525} \quad \left\{ \begin{array}{l} (1,1,9) \\ (1,2,8) \\ (1,3,7) \\ (1,4,6) \\ (1,5,5) \end{array} \right.$$

$$P(B|A) = P(A \cap B)/P(A) = \frac{22}{5525} / \frac{1}{13} = \frac{66}{1275}$$

（2） 令A表第一張牌是 2 的事件，B表後兩張加起來是 9 的事件分別為

(1,8)(2,7)(3,6)(4,5)，所以

$A \cap B$表兩次抽牌都符合 A 跟 B 的狀況的機率，

故 $P(A) = \frac{4}{52}$，

$$P(A \cap B) = \frac{C_1^4}{C_1^{52}} \times \frac{C_1^3 C_1^4}{C_2^{51}} + 3 \times \left(\frac{C_1^4}{C_1^{52}} \times \frac{C_1^4 C_1^4}{C_2^{51}}\right) = \frac{20}{5525} \quad \left\{ \begin{array}{l} (2,1,8) \\ (2,2,7) \\ (2,3,6) \\ (2,4,5) \end{array} \right.$$

$$P(B|A) = P(A \cap B)/P(A) = \frac{20}{5525} / \frac{1}{13} = \frac{60}{1275}$$

（3） 令A表第一張牌是 3 的事件，B表後兩張加起來是 8 的事件分別為

(1,7)(2,6)(3,5)(4,4)，所以

$A \cap B$表兩次抽牌都符合 A 跟 B 的狀況的機率，

故 $P(A) = \frac{4}{52}$，

$$P(A \cap B) = \frac{C_1^4}{C_1^{52}} \times \frac{C_1^3 C_1^4}{C_2^{51}} + 2 \times \frac{C_1^4}{C_1^{52}} \times \frac{C_1^4 C_1^4}{C_2^{51}} + \frac{C_1^4}{C_1^{52}} \times \frac{C_2^4}{C_2^{51}} = \frac{2}{663} \quad \left\{ \begin{array}{l} (3,1,7) \\ (3,2,6) \\ (3,3,5) \\ (3,4,4) \end{array} \right.$$

$$P(B|A) = P(A \cap B)/P(A) = \frac{2}{663} / \frac{1}{13} = \frac{50}{1275}$$

其餘以此類推……

綜合以上，已知第一張牌，再找出後兩張跟第一張加起來為**質數 11** 的機率如下

第一張牌(A)	A 的總張數	可結合成質數 11 的後兩張牌(B)	P(A)	P(A∩B)	P(B|A)	計算結果
1	4	(1,9)(2,8)(3,7)(4,6)(5,5)	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}}$	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}}\left(\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{51}}+3\times\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{51}}+\frac{C_2^4}{C_2^{51}}\right)$	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}}\left(\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{51}}+3\times\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{51}}+\frac{C_2^4}{C_2^{51}}\right)/\frac{C_1^4}{C_1^{52}}$	$\frac{66}{1275}$
2	4	(1,8)(2,7)(3,6)(4,5)	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}}$	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}}\left(\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{51}}+3\times\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{51}}\right)$	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}}\left(\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{51}}+3\times\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{51}}\right)/\frac{C_1^4}{C_1^{52}}$	$\frac{60}{1275}$
3	4	(1,7)(2,6)(3,5)(4,4)	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}}$	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}}\left(2\times\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{51}}+\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{51}}+\frac{C_2^4}{C_2^{51}}\right)$	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}}\left(2\times\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{51}}+\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{51}}+\frac{C_2^4}{C_2^{51}}\right)/\frac{C_1^4}{C_1^{52}}$	$\frac{50}{1275}$
4	4	(1,6)(2,5)(3,4)	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}}$	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}}\left(2\times\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{51}}+\frac{C_1^4C_1^3}{C_2^{51}}\right)$	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}}\left(2\times\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{51}}+\frac{C_1^4C_1^3}{C_2^{51}}\right)/\frac{C_1^4}{C_1^{52}}$	$\frac{44}{1275}$
5	4	(1,5)(2,4)(3,3)	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}}$	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}}\left(\frac{C_1^4C_1^3}{C_2^{51}}+\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{51}}+\frac{C_2^4}{C_2^{51}}\right)$	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}}\left(\frac{C_1^4C_1^3}{C_2^{51}}+\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{51}}+\frac{C_2^4}{C_2^{51}}\right)/\frac{C_1^4}{C_1^{52}}$	$\frac{34}{1275}$
6	4	(1,4)(2,3)	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}}$	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}}\left(2\times\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{51}}\right)$	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}}\left(2\times\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{51}}\right)/\frac{C_1^4}{C_1^{52}}$	$\frac{32}{1275}$
7	4	(1,3)(2,2)	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}}$	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}}\left(\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{51}}+\frac{C_2^4}{C_2^{51}}\right)$	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}}\left(\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{51}}+\frac{C_2^4}{C_2^{51}}\right)/\frac{C_1^4}{C_1^{52}}$	$\frac{22}{1275}$
8	4	(1,2)	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}}$	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}}\times\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{51}}$	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}}\times\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{51}}/\frac{C_1^4}{C_1^{52}}$	$\frac{16}{1275}$
9	4	(1,1)	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}}$	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}}\times\frac{C_2^4}{C_2^{51}}$	$\frac{C_1^4}{C_1^{52}}\times\frac{C_2^4}{C_2^{51}}/\frac{C_1^4}{C_1^{52}}$	$\frac{6}{1275}$
加總						$\frac{330}{1275}$

(一)、研究發現

1、由上方可知，當我們抽到第一張牌越小，後面抽到合起來是質數機率越大。

2、合起來是質數的數字越大，其達成的機率也越大，例如合起來是質數 11 的機率大於合起來是 7 的機率。

四、已知前兩張牌分別為 X、Y，求抽出的第三四張牌與 X、Y 合起來為質數的機率?

一副牌 52 張，抽牌的機率相等，分兩次抽取，每次抽取兩張。假設抽牌機率均相等，我們預先假設所抽出的第一、二張牌為 X、Y，再求後兩張跟第一、二張加起來為質數的機率?分別整理如下，最後找出其通則並整理研究發現

1、已知前兩張牌為 X、Y，求後兩張牌與 X+Y 加起來為質數 7 的機率

（1） 令 A 表第一、二張牌是 1，1 的事件，B 表後兩張加起來是 5 的事件分別為(1,4)(2,3)，所以

$A\cap B$ 表兩次抽牌都符合 A 跟 B 的狀況的機率，

故 $P(A)=\frac{C_2^4}{C_2^{52}}=\frac{6}{1326}$，

$$P(A\cap B)=\frac{C_2^4}{C_2^{52}}\times\left(\frac{C_1^2C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}}\right)=\frac{24}{270725}\begin{cases}(1,1,1,4)\\(1,1,2,3)\end{cases}$$

$$P(B|A)=P(A\cap B)/P(A)=\frac{24}{270725}/\frac{6}{1326}=\frac{24}{1225}$$

（2） 令 A 表第一、二張牌是 1，2 的事件，B 表後兩張加起來是 4 的事件分別為(1,3)(2,2)，所以

$A\cap B$ 表兩次抽牌都符合 A 跟 B 的狀況的機率，

故 $P(A)=\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}=\frac{16}{1326}$，

$$P(A\cap B)=\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times\left(\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_2^3}{C_2^{50}}\right)=\frac{120}{812175}\begin{cases}(1,2,1,3)\\(1,2,2,2)\end{cases}$$

$$P(B|A)=P(A\cap B)/P(A)=\frac{120}{812175}/\frac{16}{1326}=\frac{15}{1225}$$

其餘以此類推……

綜合以上，已知前兩張牌，再找出後兩張跟前兩張加起來為質數 7 的機率如下

第一、二張牌	可結合成質數 7 的後兩張牌	P(A)	P(A∩B)	P(B|A)	計算結果
1、1	(1,4)(2,3)	$\frac{C_2^4}{C_2^{52}}$	$\frac{C_2^4}{C_2^{52}} \times (\frac{C_1^2C_1^4}{C_2^{50}} + \frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}})$	$\frac{C_2^4}{C_2^{52}} \times (\frac{C_1^2C_1^4}{C_2^{50}} + \frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}}) / \frac{C_2^4}{C_2^{52}}$	$\frac{24}{1225}$
1、2	(1,3)(2,2)	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}} \times (\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{50}} + \frac{C_2^3}{C_2^{50}})$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}} \times (\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{50}} + \frac{C_2^3}{C_2^{50}}) / \frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{15}{1225}$
1、3	(1,2)	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}} \times (\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{50}})$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}} \times (\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{50}}) / \frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{12}{1225}$
1、4	(1,1)	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}} \times (\frac{C_1^3C_1^2}{C_2^{50}})$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}} \times (\frac{C_1^3C_1^2}{C_2^{50}}) / \frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{6}{1225}$
2、2	(1.2)	$\frac{C_2^4}{C_2^{52}}$	$\frac{C_2^4}{C_2^{52}} \times (\frac{C_1^4C_1^2}{C_2^{50}})$	$\frac{C_2^4}{C_2^{52}} \times (\frac{C_1^4C_1^2}{C_2^{50}}) / \frac{C_2^4}{C_2^{52}}$	$\frac{8}{1225}$
2、3	(1,1)	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}} \times (\frac{C_2^4}{C_2^{50}})$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}} \times (\frac{C_2^4}{C_2^{50}}) / \frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{6}{1225}$
加總					$\frac{71}{1225}$

2、已知前兩張牌為 X、Y，求後兩張牌與 X+Y 加起來為質數 11 的機率

(1) 令 A 表第一、二張牌是 1，1 的事件，B 表後兩張加起來是 9 的事件分別為(1,8)(2,7)(3,6)(4,5)，所以

$A \cap B$ 表兩次抽牌都符合 A 跟 B 的狀況的機率，

故 $P(A) = \frac{C_2^4}{C_2^{52}} = \frac{6}{1326}$，

$$P(A \cap B) = \frac{C_2^4}{C_2^{52}} \times (\frac{C_1^2C_1^4}{C_2^{50}} + \frac{3 \times C_1^4C_1^4}{C_2^{50}}) = \frac{168}{812175}$$

$$P(B|A) = P(A \cap B)/P(A) = \frac{168}{812175} / \frac{6}{1326} = \frac{56}{1225}$$

(1,1,1,8)
(1,1,2,7)
(1,1,3,6)
(1,1,4,5)

(2) 令 A 表第一、二張牌是 1，2 的事件，B 表後兩張加起來是 8 的事件分別為(1,7)(2,6)(3,5)(4,4)，所以

$A \cap B$ 表兩次抽牌都符合 A 跟 B 的狀況的機率，

故 $P(A) = \frac{C_1^4 C_1^4}{C_2^{52}} = \frac{16}{1326}$ ，

$P(A \cap B) = \frac{C_1^4 C_1^4}{C_2^{52}} (\frac{2 \times C_1^3 C_1^4}{C_2^{50}} + \frac{C_1^4 C_1^4}{C_2^{50}} + \frac{C_2^4}{C_2^{50}}) = \frac{368}{812175}$

$\left\{ \begin{array}{l} (1,2,1,7) \\ (1,2,2,6) \\ (1,2,3,5) \\ (1,2,4,4) \end{array} \right.$

$P(B|A) = P(A \cap B)/P(A) = \frac{368}{812175} / \frac{16}{1326} = \frac{46}{1225}$

(3) 令 A 表第一、二張牌是 1，3 的事件，B 表後兩張加起來是 7 的事件分別為(1,6)(2,5)(3,4)，所以

$A \cap B$ 表兩次抽牌都符合 A 跟 B 的狀況的機率，

故 $P(A) = \frac{C_1^4 C_1^4}{C_2^{52}} = \frac{16}{1326}$ ，

$P(A \cap B) = \frac{C_1^4 C_1^4}{C_2^{52}} (\frac{C_1^4 C_1^4}{C_2^{50}} + 2\frac{C_1^3 C_1^4}{C_2^{50}}) = \frac{120}{812175}$

$\left\{ \begin{array}{l} (1,3,1,6) \\ (1,3,2,5) \\ (1,3,3,4) \end{array} \right.$

$P(B|A) = P(A \cap B)/P(A) = \frac{120}{812175} / \frac{16}{1326} = \frac{40}{1225}$

(4) 令 A 表第一、二張牌是 2，2 的事件，B 表後兩張加起來是 7 的事件分別為(1,6)(2,5)(3,4)，所以

$A \cap B$ 表兩次抽牌都符合 A 跟 B 的狀況的機率，

故 $P(A) = \frac{C_2^4}{C_2^{52}} = \frac{6}{1326}$ ，

$P(A \cap B) = \frac{C_2^4}{C_2^{52}} (\frac{C_1^2 C_1^4}{C_2^{50}} + 2\frac{C_1^4 C_1^4}{C_2^{50}}) = \frac{120}{812175}$

$\left\{ \begin{array}{l} (2,2,1,6) \\ (2,2,2,5) \\ (2,2,3,4) \end{array} \right.$

$P(B|A) = P(A \cap B)/P(A) = \frac{120}{812175} / \frac{6}{1326} = \frac{40}{1225}$

(5) 令 A 表第一、二張牌是 2，3 的事件，B 表後兩張加起來是 6 的事件分別為(1,5)(2,4)(3,3)，所以

$A \cap B$ 表兩次抽牌都符合 A 跟 B 的狀況的機率，

故 $P(A) = \frac{C_1^4 C_1^4}{C_2^{52}} = \frac{16}{1326}$ ，

$P(A \cap B) = \frac{C_1^4 C_1^4}{C_2^{52}} (\frac{C_1^4 C_1^4}{C_2^{50}} + \frac{C_1^3 C_1^4}{C_2^{50}} + \frac{C_2^3}{C_2^{50}}) = \frac{248}{812175}$

$\left\{ \begin{array}{l} (2,3,1,5) \\ (2,3,2,4) \\ (2,3,3,3) \end{array} \right.$

$$P(B|A) = P(A\cap B)/P(A) = \frac{248}{812175}/\frac{16}{1326} = \frac{31}{1225}$$

其餘以此類推……

綜合以上，已知前兩張牌，再找出後兩張跟前兩張加起來為質數 11 的機率如下

第一、二張牌	可結合成質數 11 的後兩張牌	P(A)	P(A∩B)	P(B|A)	計算結果
1、1	(1,8)(2,7)(3,6)(4,5)	$\frac{C_2^4}{C_2^{52}}$	$\frac{C_2^4}{C_2^{52}}(\frac{C_1^2C_1^4}{C_2^{50}}+3\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}})$	$\frac{C_2^4}{C_2^{52}}(\frac{C_1^2C_1^4}{C_2^{50}}+3\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}})\ /\ \frac{C_2^4}{C_2^{52}}$	$\frac{56}{1225}$
1、2	(1,7)(2,6)(3,5)(4,4)	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}(2\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_2^4}{C_2^{50}})$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}(2\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_2^4}{C_2^{50}})\ /\ \frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{46}{1225}$
1、3	(1,6)(2,5)(3,4)	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}(\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}}+2\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{50}})$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}(\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}}+2\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{50}})\ /\ \frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{40}{1225}$
1、4	(1,5)(2,4)(3,3)	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}(\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_1^4C_1^3}{C_2^{50}}+\frac{C_2^4}{C_2^{50}})$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}(\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_1^4C_1^3}{C_2^{50}}+\frac{C_2^4}{C_2^{50}})\ /\ \frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{30}{1225}$
1、5	(1,4)(2,3)	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}(\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}})$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}(\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}})\ /\ \frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{28}{1225}$
1、6	(1,3)(2,2)	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}(\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_2^4}{C_2^{50}})$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}(\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_2^4}{C_2^{50}})\ /\ \frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{18}{1225}$
1、7	(1,2)	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}(2\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{50}})$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}(2\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{50}})\ /\ \frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{24}{1225}$
1、8	(1,1)	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}(\frac{C_2^3}{C_2^{50}})$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}(\frac{C_2^3}{C_2^{50}})\ /\ \frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{3}{1225}$
2、2	(1,6)(2,5)(3,4)	$\frac{C_2^4}{C_2^{52}}$	$\frac{C_2^4}{C_2^{52}}(\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_1^2C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}})$	$\frac{C_2^4}{C_2^{52}}(\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_1^2C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}})\ /\ \frac{C_2^4}{C_2^{52}}$	$\frac{40}{1225}$
2、3	(1,5)(2,4)(3,3)	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}(\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_2^3}{C_2^{50}})$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}(\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_2^3}{C_2^{50}})\ /\ \frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{31}{1225}$

2、4	(1,4)(2,3)	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\left(\frac{C_1^4C_1^3}{C_2^{50}}+\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{50}}\right)$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\left(\frac{C_1^4C_1^3}{C_2^{50}}+\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{50}}\right)/\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{24}{1225}$
2、5	(1,3)(2,2)	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\left(\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_2^3}{C_2^{50}}\right)$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\left(\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_2^3}{C_2^{50}}\right)/\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{19}{1225}$
2、6	(1,2)	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\left(\frac{C_1^4C_1^3}{C_2^{50}}\right)$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\left(\frac{C_1^4C_1^3}{C_2^{50}}\right)/\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{12}{1225}$
2、7	(1,1)	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\left(\frac{C_2^3}{C_2^{50}}\right)$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\left(\frac{C_2^3}{C_2^{50}}\right)/\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{3}{1225}$
加總					$\frac{374}{1225}$

3、已知前兩張牌為 X、Y，求後兩張牌與 X+Y 加起來為**質數** 13 的機率

（1）令 A 表第一、二張牌是 1，1 的事件，B 表後兩張加起來是 11 的事件分別為(1,10)(2,9)(3,8)(4,7)(5,6)，所以

$A\cap B$ 表兩次抽牌都符合 A 跟 B 的狀況的機率，

故 $P(A)=\frac{C_2^4}{C_2^{52}}=\frac{6}{1326}$，

$$P(A\cap B)=\frac{C_2^4}{C_2^{52}}\times\left(\frac{C_1^2C_1^4}{C_2^{50}}+4\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}}\right)=\frac{72}{270725}\quad\begin{cases}(1,1,1,10)\\(1,1,2,9)\\(1,1,3,8)\\(1,1,4,7)\\(1,1,5,6)\end{cases}$$

$$P(B|A)=P(A\cap B)/P(A)=\frac{72}{270725}/\frac{6}{1326}=\frac{72}{1225}$$

（2）令 A 表第一、二張牌是 1，2 的事件，B 表後兩張加起來 10 的事件分別為(1,9)(2,8)(3,7)(4,6)(5,5)，所以

$A\cap B$ 表兩次抽牌都符合 A 跟 B 的狀況的機率，

故 $P(A)=\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}=\frac{16}{1326}$，

$$P(A\cap B)=\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times\left(2\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{50}}+2\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_2^4}{C_2^{50}}\right)=\frac{496}{812175}\quad\begin{cases}(1,2,1,9)\\(1,2,2,8)\\(1,2,3,7)\\(1,2,4,6)\\(1,2,5,5)\end{cases}$$

$$P(B|A)=P(A\cap B)/P(A)=\frac{496}{812175}/\frac{16}{1326}=\frac{62}{1225}$$

（3） 令 A 表第一、二張牌是 1，3 的事件，B 表後兩張加起來是 9 的事件分別為(1,8)(2,7)(3,6)(4,5)，所以

$A \cap B$ 表兩次抽牌都符合 A 跟 B 的狀況的機率，

故 $P(A) = \frac{C_1^4 C_1^4}{C_2^{52}} = \frac{16}{1326}$ ，

$$P(A \cap B) = \frac{C_1^4 C_1^4}{C_2^{52}} \times \left(2\frac{C_1^3 C_1^4}{C_2^{50}} + 2\frac{C_1^4 C_1^4}{C_2^{50}}\right) = \frac{448}{812175}$$

(1,3,1,8)
(1,3,2,7)
(1,3,3,6)
(1,3,4,5)

$$P(B|A) = P(A \cap B)/P(A) = \frac{448}{812175} / \frac{16}{1326} = \frac{56}{1225}$$

（4） 令 A 表第一、二張牌是 1，4 的事件，B 表後兩張加起來是 8 的事件分別為(1,7)(2,6)(3,5)(4,4)，所以

$A \cap B$ 表兩次抽牌都符合 A 跟 B 的狀況的機率，

故 $P(A) = \frac{C_1^4 C_1^4}{C_2^{52}} = \frac{16}{1326}$ ，

$$P(A \cap B) = \frac{C_1^4 C_1^4}{C_2^{52}} \times \left(\frac{C_1^3 C_1^4}{C_2^{50}} + 2\frac{C_1^4 C_1^4}{C_2^{50}} + \frac{C_2^3}{C_2^{50}}\right) = \frac{376}{812175}$$

(1,4,1,7)
(1,4,2,6)
(1,4,3,5)
(1,4,4,4)

$$P(B|A) = P(A \cap B)/P(A) = \frac{376}{812175} / \frac{16}{1326} = \frac{47}{1225}$$

（5） 令 A 表第一、二張牌是 2，2 的事件，B 表後兩張加起來是 9 的事件分別為(1,8)(2,7)(3,6)(4,5)，所以

$A \cap B$ 表兩次抽牌都符合 A 跟 B 的狀況的機率，

故 $P(A) = \frac{C_2^4}{C_2^{52}} = \frac{6}{1326}$ ，

$$P(A \cap B) = \frac{C_2^4}{C_2^{52}} \times \left(\frac{C_1^2 C_1^4}{C_2^{50}} + 3\frac{C_1^4 C_1^4}{C_2^{50}}\right) = \frac{56}{270725}$$

(2,2,1,8)
(2,2,2,7)
(2,2,3,6)
(2,2,4,5)

$$P(B|A) = P(A \cap B)/P(A) = \frac{56}{270725} / \frac{6}{1326} = \frac{56}{1225}$$

（6） 令 A 表第一、二張牌是 2，3 的事件，B 表後兩張加起來是 8 的事件分別為(1,7)(2,6)(3,5)(4,4)，所以

$A\cap B$ 表兩次抽牌都符合 A 跟 B 的狀況的機率，

故 $P(A)=\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}=\frac{16}{1326}$ ，

$$P(A\cap B)=\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times\left(\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}}+2\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_2^4}{C_2^{50}}\right)=\frac{368}{812175}\quad\left\{\begin{array}{l}(2,3,1,7)\\(2,3,2,6)\\(2,3,3,5)\\(2,3,4,4)\end{array}\right.$$

$$P(B|A)=P(A\cap B)/P(A)=\frac{368}{812175}/\frac{16}{1326}=\frac{46}{1225}$$

（7） 令 A 表第一、二張牌是 3，3 的事件，B 表後兩張加起來是 7 的事件分別為(1,6)(2,5)(3,4)，所以

$A\cap B$ 表兩次抽牌都符合 A 跟 B 的狀況的機率，

故 $P(A)=\frac{C_2^4}{C_2^{52}}=\frac{6}{1326}$ ，

$$P(A\cap B)=\frac{C_2^4}{C_2^{52}}\times\left(\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_1^2C_1^4}{C_2^{50}}\right)=\frac{24}{270725}\quad\left\{\begin{array}{l}(2,3,1,6)\\(2,3,2,5)\\(2,3,3,4)\end{array}\right.$$

$$P(B|A)=P(A\cap B)/P(A)=\frac{24}{270725}/\frac{6}{1326}=\frac{24}{1225}$$

其餘以此類推……

綜合以上，已知前兩張牌，再找出後兩張跟前兩張加起來為質數 13 的機率如下

第一、二張牌	可結合成質數 13 的後兩張牌	P(A)	P(A∩B)	P(B|A)	計算結果
1、1	(1,10)(2,9)(3,8)(4,7)(5,6)	$\frac{C_2^4}{C_2^{52}}$	$\frac{C_2^4}{C_2^{52}}\times\left(\frac{C_1^2C_1^4}{C_2^{50}}+4\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}}\right)$	$\frac{C_2^4}{C_2^{52}}\times\left(\frac{C_1^2C_1^4}{C_2^{50}}+4\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}}\right)/\frac{C_2^4}{C_2^{52}}$	**$\frac{72}{1225}$**

1、2	(1,9)(2,8) (3,7)(4,6) (5,5)	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times(2\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{50}}+2\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_2^4}{C_2^{50}})$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times(2\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{50}}+2\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_2^4}{C_2^{50}})/\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{62}{1225}$
1、3	(1,8)(2,7) (3,6)(4,5)	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times(2\times\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{50}}+2\times\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}})$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times(2\times\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{50}}+2\times\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}})/\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{56}{1225}$
1、4	(1,7)(2,6) (3,5)(4,4)	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times(\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{50}}+2\times\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_2^3}{C_2^{50}})$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times(\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{50}}+2\times\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_2^3}{C_2^{50}})/\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{47}{1225}$
1、5	(1,6)(2,5) (3,4)	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times(\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_1^4C_1^3}{C_2^{50}}+\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}})$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times(\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_1^4C_1^3}{C_2^{50}}+\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}})/\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{40}{1225}$
1、6	(1,5)(2,4) (3,3)	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times(\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_2^4}{C_2^{50}})$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times(\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_2^4}{C_2^{50}})/\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{34}{1225}$
1、7	(1,4)(2,3)	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times(\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}})$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times(\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}})/\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{28}{1225}$
1、8	(1,3)(2,2)	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times(\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_2^4}{C_2^{50}})$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times(\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_2^4}{C_2^{50}})/\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{18}{1225}$
1、9	(1,2)	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times(\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{50}})$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times(\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{50}})/\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{12}{1225}$
1、10	(1,1)	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times(\frac{C_2^3}{C_2^{50}})$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times(\frac{C_2^3}{C_2^{50}})/\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{3}{1225}$
2、2	(1,8)(2,7) (3,6)(4,5)	$\frac{C_2^4}{C_2^{52}}$	$\frac{C_2^4}{C_2^{52}}\times(\frac{C_1^2C_1^4}{C_2^{50}}+3\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}})$	$\frac{C_2^4}{C_2^{52}}\times(\frac{C_1^2C_1^4}{C_2^{50}}+3\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}})/\frac{C_2^4}{C_2^{52}}$	$\frac{56}{1225}$
2、3	(1,7)(2,6) (3,5)(4,4)	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times(\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}}+2\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_2^4}{C_2^{50}})$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times(\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}}+2\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_2^4}{C_2^{50}})/\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{46}{1225}$
2、4	(1,6)(2,5) (3,4)	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times(\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_1^4C_1^3}{C_2^{50}})$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times(\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_1^4C_1^3}{C_2^{50}})/\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{40}{1225}$
2、5	(1,5)(2,4) (3,3)	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times(\frac{C_1^4C_1^3}{C_2^{50}}+\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_2^4}{C_2^{50}})$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times(\frac{C_1^4C_1^3}{C_2^{50}}+\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_2^4}{C_2^{50}})/\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{30}{1225}$
2、6	(1,4)(2,3)	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times(\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{50}})$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times(\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_1^3C_1^4}{C_2^{50}})/\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{28}{1225}$
2、7	(1,3)(2,2)	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times(\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_2^3}{C_2^{50}})$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times(\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_2^3}{C_2^{50}})/\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{19}{1225}$
2、8	(1,2)	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times(\frac{C_1^4C_1^3}{C_2^{50}})$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times(\frac{C_1^4C_1^3}{C_2^{50}})/\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{12}{1225}$

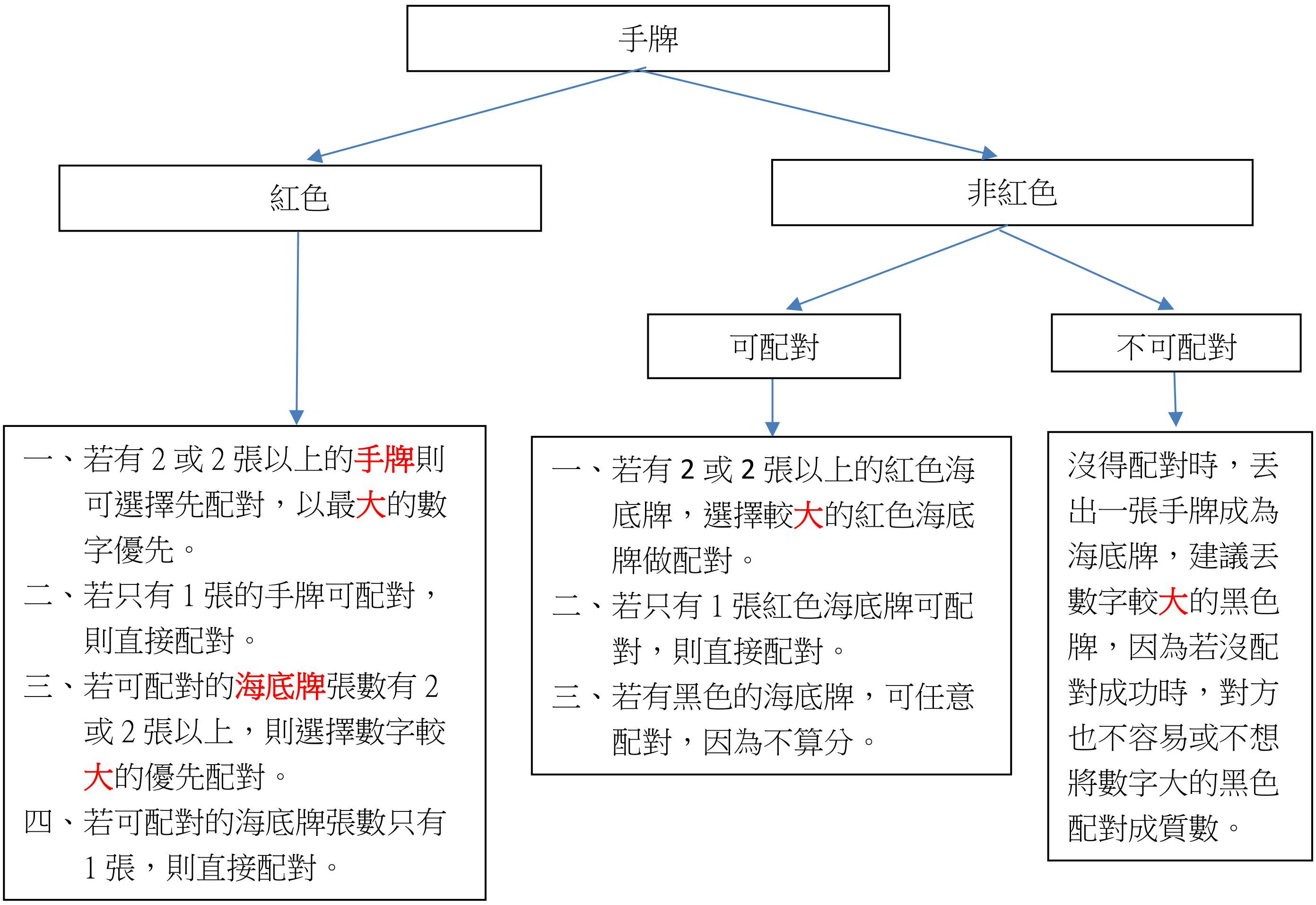
2、9	(1,1)	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times(\frac{C_2^4}{C_2^{50}})$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times(\frac{C_2^4}{C_2^{50}})\ /\ \frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	**$\frac{6}{1225}$**
3、3	(1,6)(2,5) (3,4)	$\frac{C_2^4}{C_2^{52}}$	$\frac{C_2^4}{C_2^{52}}\times(2\times\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_1^2C_1^4}{C_2^{50}})$	$\frac{C_2^4}{C_2^{52}}\times(2\times\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_1^2C_1^4}{C_2^{50}})\ /\ \frac{C_2^4}{C_2^{52}}$	**$\frac{40}{1225}$**
3、4	(1,5)(2,4) (3,3)	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times(\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_1^4C_1^3}{C_2^{50}}+\frac{C_2^3}{C_2^{50}})$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times(\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_1^4C_1^3}{C_2^{50}}+\frac{C_2^3}{C_2^{50}})\ /\ \frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	**$\frac{31}{1225}$**
3、5	(1,4)(2,3)	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times(\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_1^4C_1^3}{C_2^{50}})$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times(\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_1^4C_1^3}{C_2^{50}})\ /\ \frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	**$\frac{28}{1225}$**
3、6	(1,3)(2,2)	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times(\frac{C_1^4C_1^3}{C_2^{50}}+\frac{C_2^4}{C_2^{50}})$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times(\frac{C_1^4C_1^3}{C_2^{50}}+\frac{C_2^4}{C_2^{50}})\ /\ \frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	**$\frac{18}{1225}$**
3、7	(1,2)	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times(\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}})$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times(\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}})\ /\ \frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	**$\frac{16}{1225}$**
3、8	(1,1)	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times(\frac{C_2^4}{C_2^{50}})$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times(\frac{C_2^4}{C_2^{50}})\ /\ \frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	**$\frac{6}{1225}$**
4、4	(1,4)(2,3)	$\frac{C_2^4}{C_2^{52}}$	$\frac{C_2^4}{C_2^{52}}\times(\frac{C_1^4C_1^2}{C_2^{50}}+\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}})$	$\frac{C_2^4}{C_2^{52}}\times(\frac{C_1^4C_1^2}{C_2^{50}}+\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}})\ /\ \frac{C_2^4}{C_2^{52}}$	**$\frac{24}{1225}$**
4、5	(1,3)(2,2)	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times(\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_2^4}{C_2^{50}})$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times(\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}}+\frac{C_2^4}{C_2^{50}})\ /\ \frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	**$\frac{22}{1225}$**
4、6	(1,2)	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times(\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}})$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times(\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}})\ /\ \frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	**$\frac{16}{1225}$**
4、7	(1,1)	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times(\frac{C_2^4}{C_2^{50}})$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times(\frac{C_2^4}{C_2^{50}})\ /\ \frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	**$\frac{6}{1225}$**
5、5	(1,2)	$\frac{C_2^4}{C_2^{52}}$	$\frac{C_2^4}{C_2^{52}}\times(\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}})$	$\frac{C_2^4}{C_2^{52}}\times(\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{50}})\ /\ \frac{C_2^4}{C_2^{52}}$	**$\frac{16}{1225}$**
5、6	(1,1)	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times(\frac{C_2^4}{C_2^{50}})$	$\frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}\times(\frac{C_2^4}{C_2^{50}})\ /\ \frac{C_1^4C_1^4}{C_2^{52}}$	**$\frac{6}{1225}$**
加總					**$\frac{838}{1225}$**

（一）、研究發現:

1、由上方可知，當我們抽到首兩張牌越小，後面抽到的牌面數字，合起來是質數機率越大。

2、合起來是質數的數字越大，其達成的機率也越大，例如四張牌合起來是質數 13 的機率大於合起來是 11 的機率。

五、贏牌策略



陸、結論

一、若取兩張牌之和要為質數，除了(1,1)之外，其餘組合必為（奇數+偶數）= 奇數。

二、如果前一項是(X,Y)，後一項則為[(X+1),(Y-1)]，依此類推。例如:17 的組合質數分別為(4,13)(5,12)(6,11)(7,10)(8,9)。

三、若取三張牌之和要為質數，其組合可為（奇數+偶數+偶數）、（奇數+奇數+奇數）。

四、若前二張牌取出的數字越小，要與後兩張牌組合成質數的可能性越高。

五、這次的研究我們發現，其實如果已知手中的牌夠小(手中兩張牌的和 = 要湊成的質數X-2)，再選兩張牌可以合成質數的機率很高，例如要湊成 13 的機率就有 2/3，大於我們原本的想像，也對於玩牌時的決策很有用處。

六、在遊戲時，若有可配對的紅色手牌，則優先配對之，並以數字較大者優先配對，因為數字小的配對機率較高，可先留著，等待時機進行配對。

七、在遊戲時，若無紅色手牌可以配對，則以紅色海底牌進行配對之，以數字較大優先配對。

八、在遊戲時，若可配對的手牌和海底牌顏色都是黑色，則可任意配對，因為不算分。

九、在遊戲時，若無牌可配對，則丟出一張手牌成為海底牌，建議丟數字較大的黑色牌，因為若沒配對成功時，對方也不容易或不想將數字大的黑色排配對成質數。

柒、心得與感想

從小看著科展團隊的學長姊們站在台上威風的向大家報告研究的內容，內心就崇拜不已，期許自己有一天也能像他們一樣，經過不斷的努力，我終於在激烈的校內科學競賽脫穎而出，加入了數學科展這個團隊，展開將近一年的研究歷程，我們學會了如何發現問題、解決問題、驗證答案。雖然過程中常常遇到很多的瓶頸，但為了突破瓶頸，我們學會如何尋求新的數學知識來解決所遇到的困難，每當解出問題答案的那一瞬間，我們的心就雀躍不已，那片刻的興奮難以言喻，而我們真的很享受這種解題的快感！

感謝過去這一年中陪伴我成長的夥伴們，因為有你們的陪伴，讓我有勇氣嘗試各種挫敗，雖然在研究的過程中，我們常常會因意見不同而起爭執，但卻在無形之中培養了彼此之間的最佳默契，共同完成了這次的使命，此次數學探究之旅，感謝一路上不離不棄的你們。

捌、參考資料

龍騰文化(2022)。高中數學第二冊 數列與級數

龍騰文化(2022)。高中數學第四冊 排列組合與機率

南一（2022）。國中數學第二冊 數與代數的運算

康軒（2022）。國小數學第十一冊 質數