

花蓮縣第 64 屆國民中小學科學展覽會
作品說明書

科 別：數學科

組 別：國小組

作品名稱：『錐』根究柢

關 鍵 詞：截頭角錐、稜台、容積

編 號：

(由教育處統一編列)

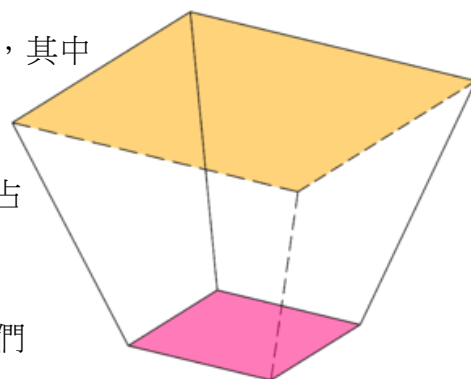
摘要

摺紙是我們生活藝術也是科學，透過簡單幾何關係，「一張紙」可以變換出許多不同的造型，其中更蘊含著許多的數學原理，我們只要透過生活觀察，再加上想像力，就能塑造新型藝術，為生活中增添樂趣。這一次，我們利用不同大小的影印紙，分別折出不同大小的截頭角錐，再依序改變其底面積大小、邊的角度大小，發現其容積大小也會跟著改變，進而找出最大的容積以及其間的關係？沒想到簡單的一張廢棄不用的影印紙居然隱藏了這麼多神奇的奧秘，仔細觀察，便能發現，生活中充滿數學，希望大家也能跟我們一起玩數學！

壹、研究動機

上學期的期末，我們班上舉辦了一場熱鬧的同樂會，其中有一個活動是交換禮物，我交換到一個很別的禮物，它在

不用的時候就是一個 A3 大小的厚紙板，放在書包不占空間且攜帶方便，當雜物過多時就可以變成盒子使用，這個設計真的很神奇，也引起我們高度的興趣，於是我們利用回收室裡廢棄的影印紙來折這種大小的梯形盒，並且嘗試改變它的底面積大小以及角度，並計算容積，看看有什麼變化？並且研究哪種底面積的大小與角度所折出來的梯形盒可以得到最大的容積，我們從日常生活中最容易取地的影印紙開始探討，在研究的過程中發現隱藏在其中的不為人知的數學奧秘，就讓我們一起來探索吧。



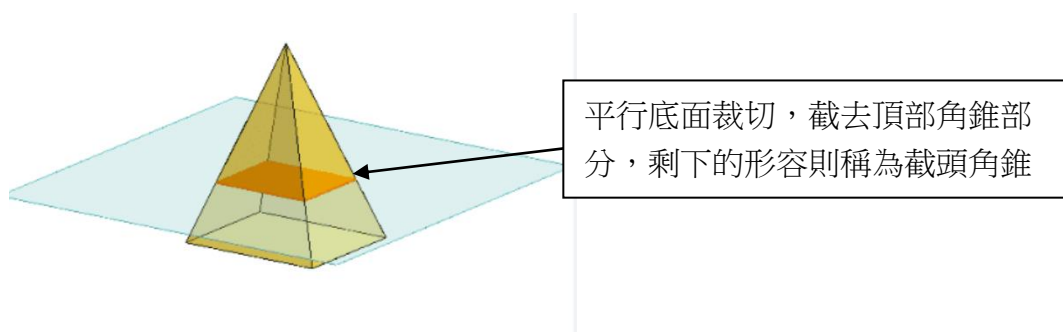
貳、研究目的與研究問題

我們利用生活中常見的影印紙徒手摺出大小不一的截頭角錐，並探討在相同大小的紙張下，摺出不同角度以及不同底面積大小的截頭角錐，其容積大小有何差異性，並試著找出規律？以下是我們研究目的

- 一、 探討相同大小的紙張，不同重疊長度的截頭角錐其容積變化
- 二、 探討相同大小的紙張，不同底面積的截頭角錐其容積變化
- 三、 探討不同大小的紙張，相同底面積及角度的截頭角錐，其容積的差異
- 四、 生活中的應用

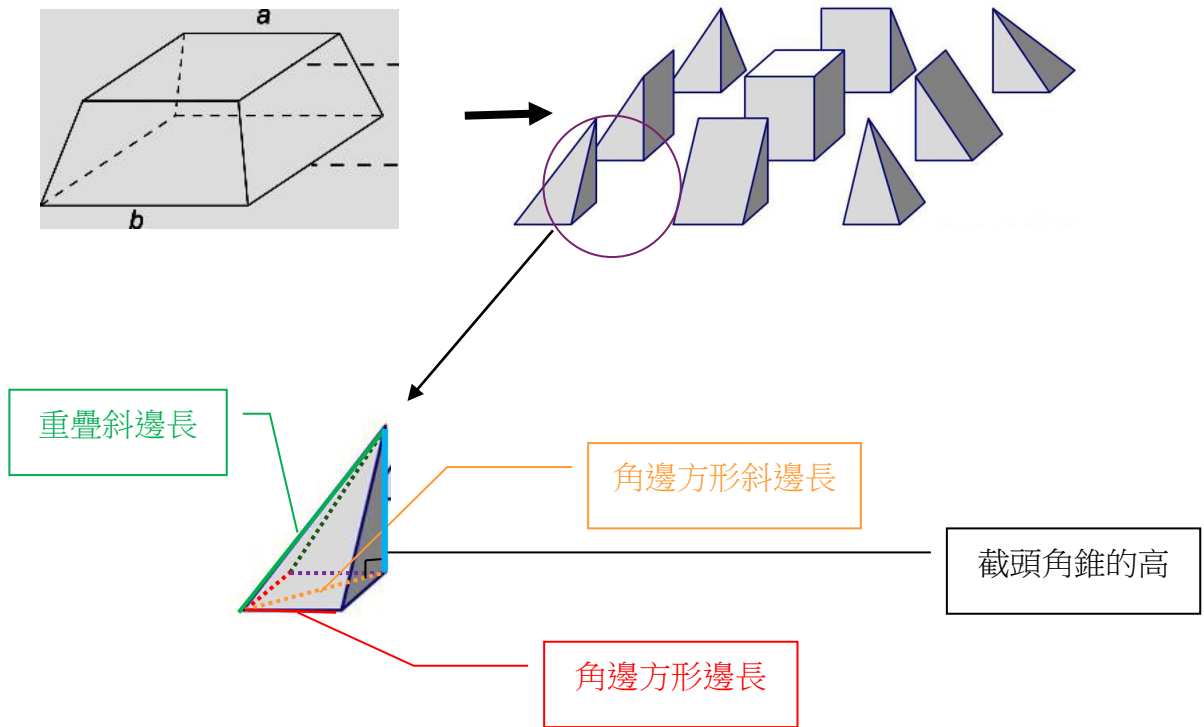
參、解釋名詞

- 一、 截頭角錐：正四角錐被平行於它的底面的一個平面所截後，所得到的新截面與底面相互平行，這樣的條件我們稱之為截頭角錐，中國遺留下來的數學文獻《九章數學》中，它的名稱為方亭（妙不可言的數學證明，2007）。



- 二、 稜台：是幾何學中研究的一類多面體，指一個稜錐被平行於它的底面的一個平面所截後，截面與底面之間的幾何形體。 截面也稱為稜台的上底面，原來稜錐的底面稱為下底面。 隨著稜錐形狀不同，稜台的稱呼也不相同，依底面多邊形而定，例如底面是正方形的稜台稱為方稜台，底面為三角形的稜台稱為三稜台，底面為五邊形的稜台稱為五稜台等等。

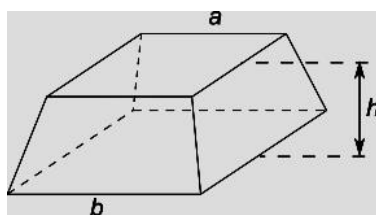
三、截頭角錐各部份的名稱



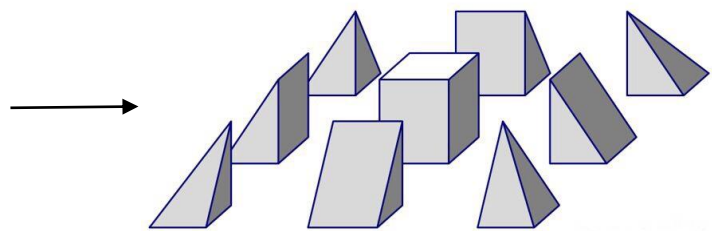
肆、預備知識

一、角錐：由一個正多邊形底面和側面都是(全等的)等腰三角形所組成的立體圖形就稱為角錐。 n 角錐的頂點數為 $n+1$ 、稜邊數為 $2n$ 、面數為 $n+1$ 。

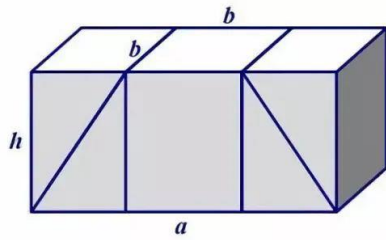
二、截頭角錐容積的計算



圖一

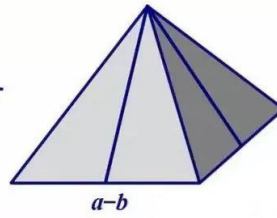


圖二



圖三

+



圖四

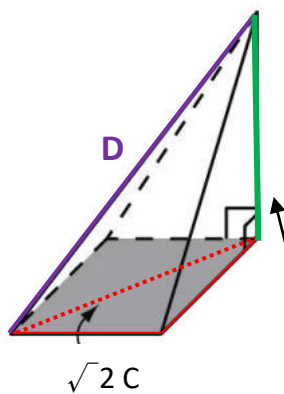
首先將截頭角錐切割成九塊，其中包含了四塊全等的三角錐，四塊全等的三角柱，還有一塊長方體(如圖二)，我們再將九個形狀重新拼成一個長方體和一個四方角錐(如圖三)，這兩個立體容積加起來就是截頭角錐的容積。

長方體的容積： abh

四方角錐的容積： $\frac{1}{3}(a-b)^2$

長方體容積 + 四方角錐容積 = 截頭角錐的容積： $\frac{1}{3}(a^2+ab+b^2)h$

三、截頭角錐的高的計算



計算步驟：

- (1) 命角錐的角邊方形底邊邊長為 C ，並測量 C 的長度(紅色的線段)
- (2) 利用畢氏定理算出角邊方形斜邊 D (紅色虛線)
- (3) 測量斜邊邊長(紫色的線段)
- (4) 利用畢氏定理算出高，這個高也就是截頭角錐的高(綠色的線段)

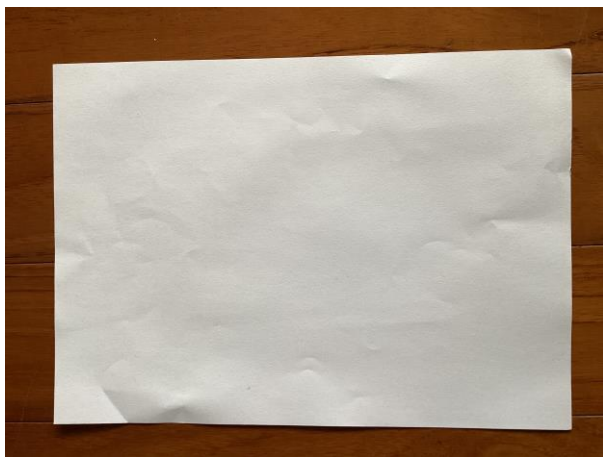
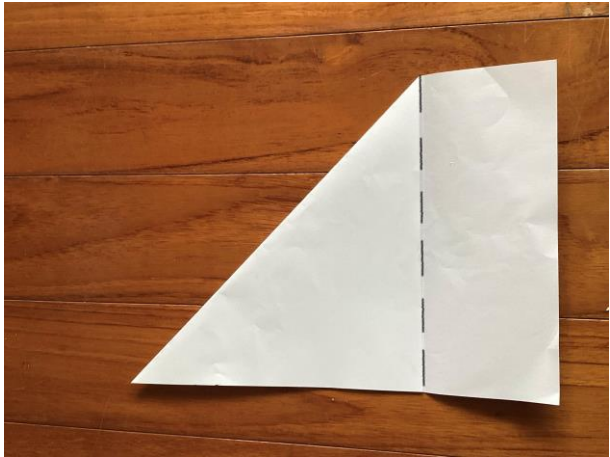

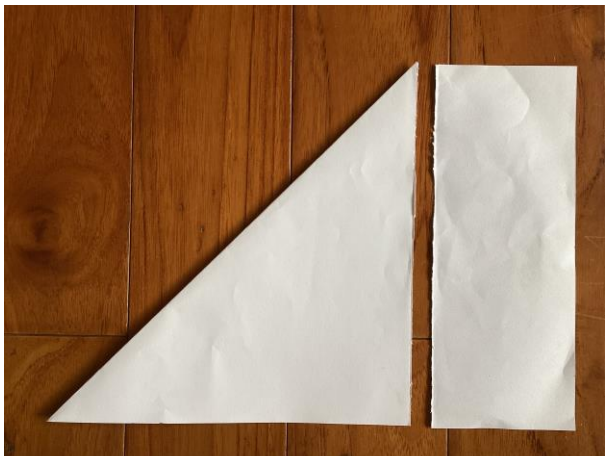
$$\sqrt{D^2 + 2C^2}$$

伍、研究過程與方法

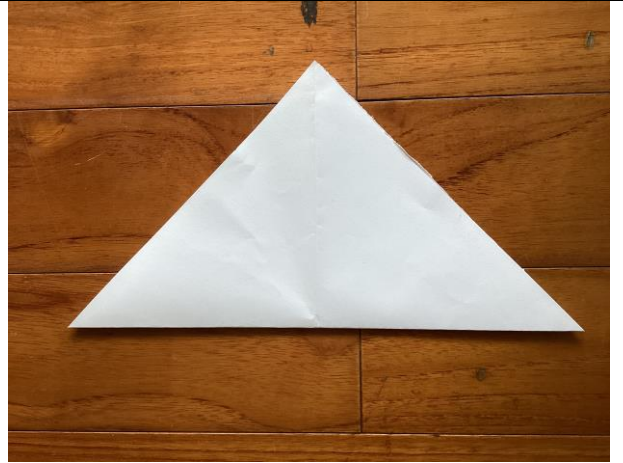
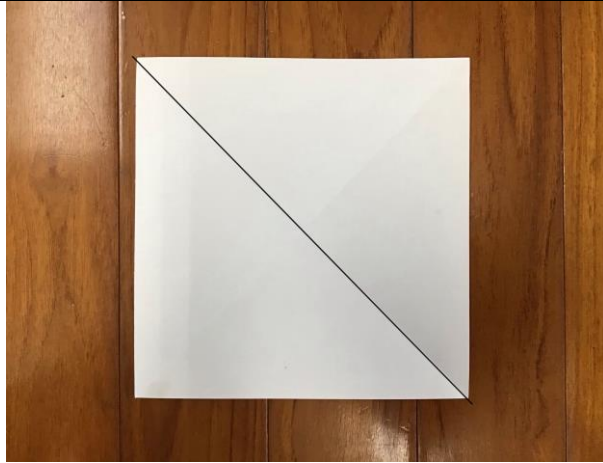
問題一：探討相同大小的紙張，不同重疊長度的截頭角錐其容積變化

首先，我們用 A4 的影印紙折出不同底面積的截頭角錐，使其四角重疊部分分別為 1cm、1.5 cm、2 cm、2.5 cm、3 cm、3.5 cm、4 cm、4.5 cm、5 cm，因為重疊的長度不一樣，會使截頭角錐四邊的斜邊角度不同進而影響其高的長度，接著我們再依序測量角邊方形邊長，利用畢氏定理計算出角邊方形斜邊以及截頭角錐的高，最後量上底邊長、下底邊長，再利用截頭角錐的容積公式求得容積。觀察不同重疊角度對於截頭角錐容積會產生什麼樣的影響，其容積又會有什麼樣的變化。

一、截頭角錐的摺法

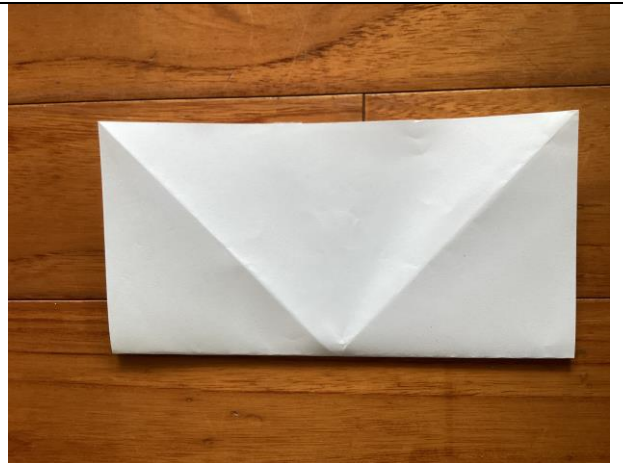
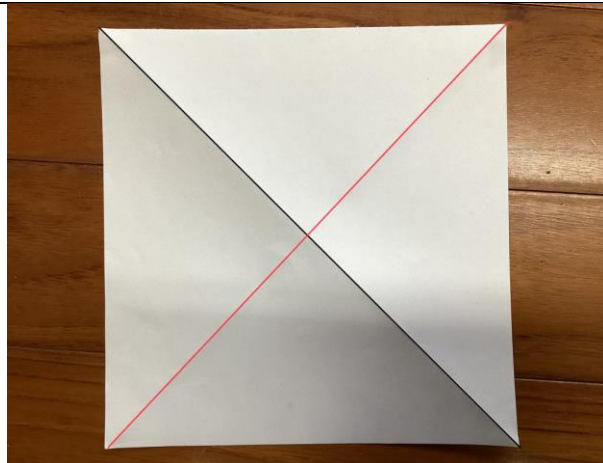
	
取一張 A4 影印紙	將一端往斜對角對折，對折時要把邊線對齊，摺線也要壓緊
	
在紙的邊緣畫上虛線，以求裁切過程中更	裁切後的紙張，取其三角形

加精準



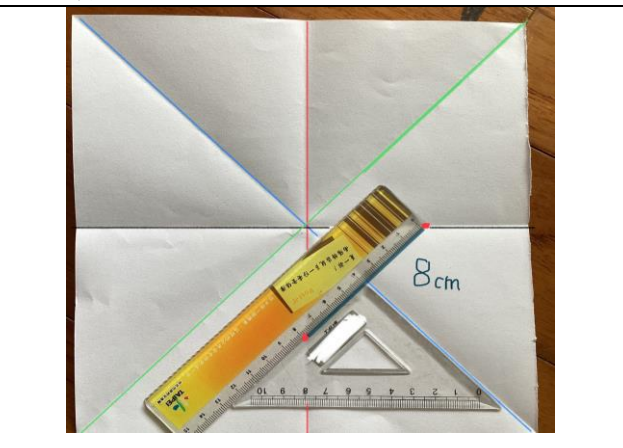
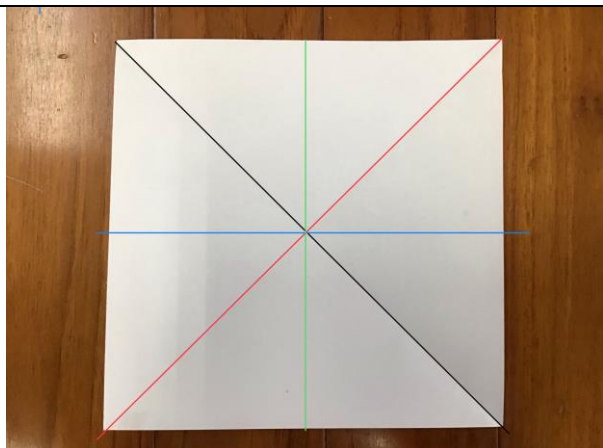
拿走右邊的長方形，只留左邊的三角形，並將三角形攤開，呈上圖

再將左圖的右下角往左上角對折(頂點對頂點)，對齊壓平。



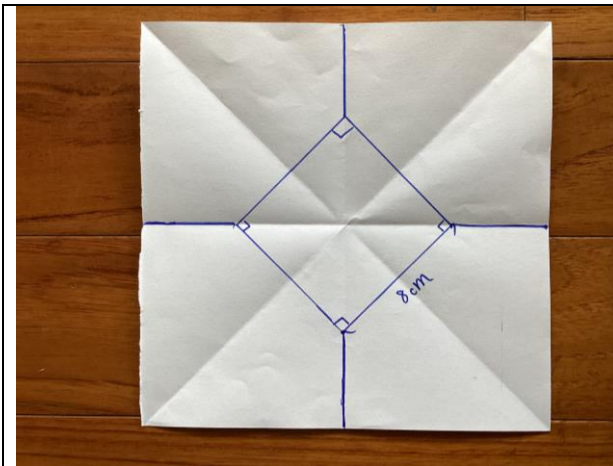
完成以上兩步驟之後，攤開會有兩個折痕

將其中一邊往對面折，再轉一個方向，重複同樣的動作

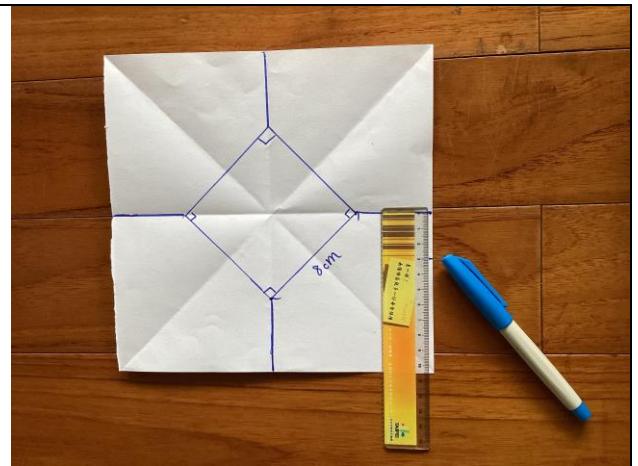


接著攤開，會有四條折痕，如上圖

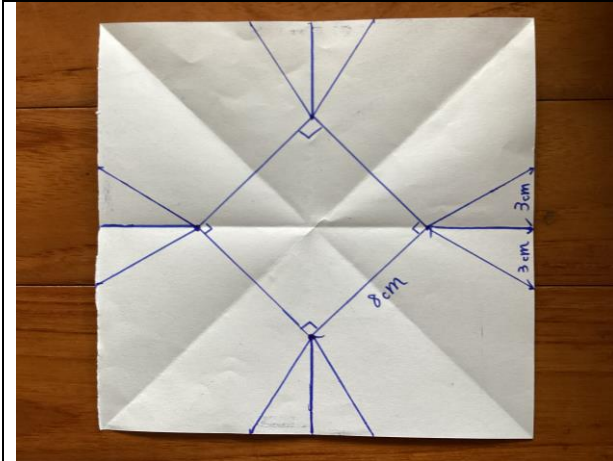
再利用尺和三角板，垂直對齊，量出八公分，重複四次，標示出邊長八公分的正方形。



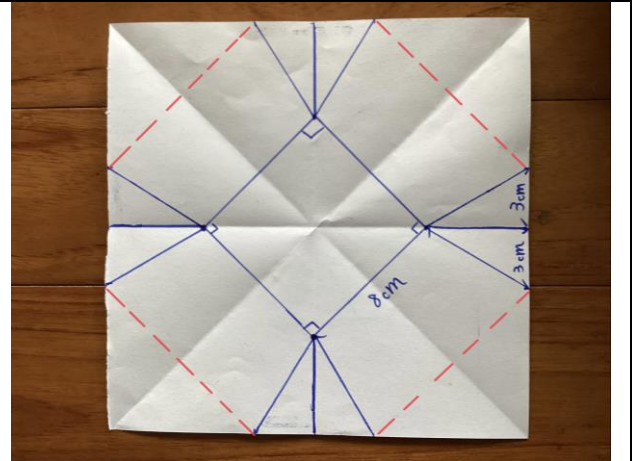
標記完正方形，再沿著四個點，畫線連接到底邊



從連接到底邊的線，(如果要做重疊 3cm)分別往左右兩邊各量 3cm，四個底邊都要



1 將中間正方形的四個點連接到前一個步驟標記的位置，共八條線



沿著紅色虛線往後折，藍色實線往裡折



完成圖

二、整理

(1)、A4 影印紙(下底邊長 5 cm)

下底邊長 cm	重疊長度 cm	角邊方形邊長 cm	角邊方形斜邊 cm	重疊斜邊長 cm	H cm	下底面積 cm^2	上底邊長 cm	上底面積 cm^2	容積 cm^3
5	1	4.1	5.7	7	4.06	25	13.4	179.6	354.99
5	1.5	3.8	5.37	7.1	4.64	25	12.7	161.3	386.34
5	2	3.4	4.8	7.3	5.5	25	12	144	419.27
5	2.5	3.1	4.38	7.4	5.96	25	11.3	127.7	415.69
5	3	2.7	3.81	7.55	6.52	25	10.6	112.4	413.28
5	3.5	2.4	3.39	7.8	7.02	25	9.9	98.1	403.83
5	4	1.9	2.68	8	7.53	25	9.2	84.7	390.92
5	4.5	1.7	2.4	8.3	7.9	25	8.5	72.3	370.06
5	5	1.3	1.83	8.5	8.3	25	7.8	60.9	345.34

(2)、A4 影印紙(下底邊長 6 cm)

下底邊長 cm	重疊長度 cm	角邊方形邊長 cm	角邊方形斜邊 cm	重疊斜邊長 cm	H cm	下底面積 cm^2	上底邊長 cm	上底面積 cm^2	容積 cm^3
6	1	3.8	5.37	6.5	3.66	36	13.4	179.6	360.72
6	1.5	3.5	4.9	6.6	4.42	36	12.7	161.3	397.99
6	2	3.2	4.38	6.7	5.07	36	12	144	415.01
6	2.5	2.9	4.1	6.8	5.42	36	11.3	127.7	418.53
6	3	2.6	3.68	7	5.95	36	10.6	112.4	420.84
6	3.5	2.2	3.11	7.2	6.49	36	9.9	98.1	418.60
6	4	1.8	2.55	7.5	7.05	36	9.2	84.7	413.50
6	4.5	1.4	1.98	8	7.75	36	8.5	72.3	411.45
6	5	1	1.4	8.2	8.08	36	7.8	60.9	386.73

(3)、A4 影印紙(下底邊長 7 cm)

下底邊長 cm	重疊 長度 cm	角邊方 形邊長 cm	角邊方 形斜邊 cm	重疊斜 邊長 cm	H cm	下底面 積 cm^2	上底 邊長 cm	上底面 積 cm^2	容積 cm^3
7	1	3.1	4.38	5.5	3.33	49	13.4	179.6	356.86
7	1.5	2.8	3.96	5.6	3.96	49	12.7	161.3	394.91
7	2	2.5	3.53	5.8	4.6	49	12	144	424.53
7	2.5	2.1	2.97	6	5.2	49	11.3	127.7	444.51
7	3	1.7	2.4	6.2	5.72	49	10.6	112.4	448.73
7	3.5	1.4	1.98	6.4	6.09	49	9.9	98.1	438.82
7	4	1	1.41	6.7	6.55	49	9.2	84.7	432.32
7	4.5	0.7	0.99	7	6.93	49	8.5	72.3	417.51
7	5	0.4	0.57	7.3	7.28	49	7.8	60.9	398.93

(4)、A4 影印紙(下底邊長 8 cm)

下底 邊長 cm	重疊 長度 cm	角邊方 形邊長 cm	角邊方 形斜邊 cm	重疊斜 邊長 cm	H cm	下底面 積 cm^2	上底 邊長 cm	上底面 積 cm^2	容積 cm^3
8	1	2.8	3.96	4.9	2.87	64	13.4	179.6	337.45
8	1.5	2.5	3.54	5	3.53	64	12.7	161.3	385.24
8	2	2.1	2.97	5.2	4.27	64	12	144	432.54
8	2.5	1.7	2.4	5.5	4.95	64	11.3	127.7	465.13
8	3	1.4	1.98	5.6	5.24	64	10.6	112.4	456.01
8	3.5	1	1.41	6	5.83	64	9.9	98.1	468.82
8	4	0.7	0.99	6.2	6.12	64	9.2	84.7	453.40
8	4.5	0.3	0.42	6.5	6.49	64	8.5	72.3	441.59
8	5	0	0	6.9	6.9	64	7.8	60.9	430.65

(5)、B4 影印紙(下底邊長 5 cm)

下底邊長 cm	重疊 長度 cm	角邊方 形邊長 cm	角邊方 形斜邊 cm	重疊斜 邊長 cm	H cm	下底面 積 cm^2	上底 邊長 cm	上底面 積 cm^2	容積 cm^3
5	1	5.8	8.2	9.3	4.38	25	16.8	282.3	571.31
5	1.5	5.7	8.06	9.4	4.84	25	16.1	259.3	588.56
5	2	5.4	7.64	9.5	5.65	25	15.4	237.2	638.83
5	2.5	5	7.07	9.7	6.64	25	14.7	216.1	696.31
5	3	4.7	6.65	9.8	7.2	25	14	196	698.4
5	3.5	4.3	6.08	10	7.94	25	13.3	176.9	710.37
5	4	4	5.66	10.2	8.49	25	12.6	158.8	698.46
5	4.5	3.7	5.23	10.3	8.87	25	11.9	141.7	668.85
5	5	3.3	4.67	10.6	9.52	25	11.2	125.5	655.33

(6)、B4 影印紙(下底邊長 6 cm)

下底邊長 cm	重疊 長度 cm	角邊方 形邊長 cm	角邊方 形斜邊 cm	重疊斜 邊長 cm	H cm	下底面 積 cm^2	上底 邊長 cm	上底面 積 cm^2	容積 cm^3
6	1	5.3	7.49	8.6	4.22	36	16.8	282.3	588.97
6	1.5	5	7.07	8.8	5.24	36	16.1	259.3	684.14
6	2	4.6	6.5	8.9	6.08	36	15.4	237.2	740.10
6	2.5	4.3	6.08	9	6.64	36	14.7	216.1	752.58
6	3	3.9	5.52	9.2	7.36	36	14	196	775.61
6	3.5	3.6	5.09	9.3	7.78	36	13.3	176.9	759.30
6	4	3.3	4.67	9.6	8.39	36	12.6	158.8	756.04
6	4.5	2.9	4.1	9.8	8.9	36	11.9	141.7	738.77
6	5	2.5	3.54	10	9.35	36	11.2	125.5	712.91

(7)、B4 影印紙(下底邊長 7 cm)

下底邊長 cm	重疊 長度 cm	角邊方 形邊長 cm	角邊方 形斜邊 cm	重疊斜 邊長 cm	H cm	下底面 積 cm^2	上底 邊長 cm	上底面 積 cm^2	容積 cm^3
7	1	4.8	6.79	7.9	4.03	49	16.8	282.3	603.03
7	1.5	4.5	6.36	8	4.85	49	16.1	259.3	680.64
7	2	4.2	5.94	8	5.36	49	15.4	237.2	703.96
7	2.5	3.9	5.52	8.2	6.06	49	14.7	216.1	743.36
7	3	3.5	4.95	8.4	6.79	49	14	196	776.32
7	3.5	3.2	4.53	8.6	7.31	49	13.3	176.9	777.303
7	4	2.8	3.96	8.8	7.86	49	12.6	158.8	775.54
7	4.5	2.5	3.54	9	8.27	49	11.9	141.7	755.39
7	5	2.1	2.97	9.2	8.71	49	11.2	125.5	734.307

(8)、B4 影印紙(下底邊長 8 cm)

下底邊長 cm	重疊 長度 cm	角邊方 形邊長 cm	角邊方 形斜邊 cm	重疊斜 邊長 cm	H cm	下底面 積 cm^2	上底 邊長 cm	上底面 積 cm^2	容積 cm^3
8	1	4.3	6.08	7.2	3.85	64	16.8	282.3	616.91
8	1.5	4	5.66	7.3	4.6	64	16.1	259.3	693.25
8	2	3.6	5.09	7.4	5.37	64	15.4	237.2	759.69
8	2.5	3.3	4.67	7.5	5.87	64	14.7	216.1	778.17
8	3	2.9	4.1	7.7	6.52	64	14	196	808.48
8	3.5	2.6	3.68	7.9	6.99	64	13.3	176.9	809.21
8	4	2.2	3.11	8.1	7.48	64	12.6	158.8	806.87
8	4.5	1.9	2.68	8.4	7.96	64	11.9	141.7	798.46
8	5	1.6	2.26	8.6	8.3	64	11.2	125.5	772.23

(9)、A3 影印紙(下底邊長 5 cm)

下底邊長 cm	重疊 長度 cm	角邊方 形邊長 cm	角邊方 形斜邊 cm	重疊斜 邊長 cm	H cm	下底面 積 cm^2	上底 邊長 cm	上底面 積 cm^2	容積 cm^3
5	1	7.2	10.2	11.4	5.09	25	19.5	380.3	859.09
5	1.5	6.8	9.62	11.4	6.12	25	18.7	349.7	955.43
5	2	6.5	9.19	11.5	6.9	25	18	324	1011.18
5	2.5	6.2	8.77	11.6	7.59	25	17.3	299.3	1039.94
5	3	5.8	8.2	11.8	8.49	25	16.6	275.6	1084.57
5	3.5	5.5	7.78	11.9	9	25	15.9	252.9	1072.65
5	4	5	7.07	12	9.7	25	15.2	231.1	1073.08
5	4.5	4.8	6.79	12.1	10	25	14.5	210.3	1027.52
5	5	4.5	6.36	12.3	10.53	25	13.8	190.5	997.97

(10)、A3 影印紙(下底邊長 6 cm)

下底邊長 cm	重疊 長度 cm	角邊方 形邊長 cm	角邊方 形斜邊 cm	重疊斜 邊長 cm	H cm	下底面 積 cm^2	上底 邊長 cm	上底面 積 cm^2	容積 cm^3
6	1	6.7	9.47	10.5	4.54	36	19.5	380.3	807.07
6	1.5	6.3	8.9	10.7	5.94	36	18.7	349.7	985.84
6	2	6	8.48	10.7	6.53	36	18	324	1018.68
6	2.5	5.6	7.92	10.8	7.28	36	17.3	299.3	1065.55
6	3	5.3	7.49	10.9	7.92	36	16.6	275.6	1085.58
6	3.5	4.9	6.93	11.1	8.67	36	15.9	252.9	1110.67
6	4	4.6	6.5	11.3	9.24	36	15.2	231.1	1103.6
6	4.5	4.2	5.94	11.5	9.85	36	14.5	210.3	1094.36
6	5	3.9	5.5	11.5	10.1	36	13.8	190.5	1041.35

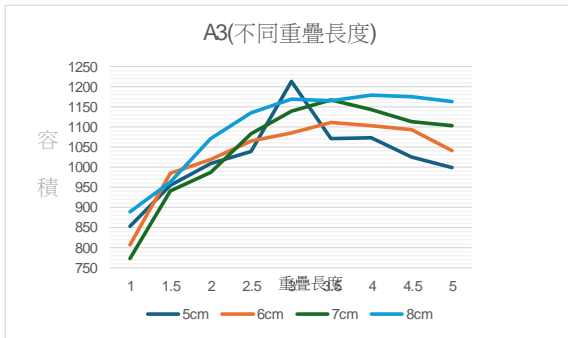
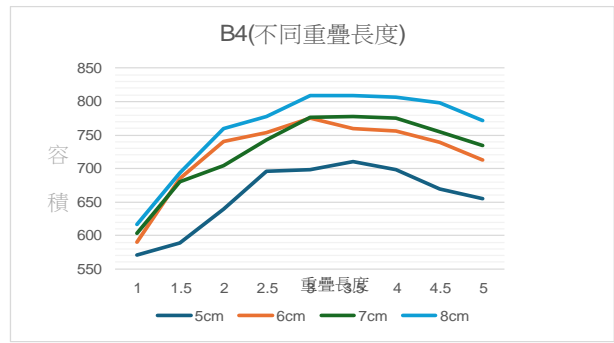
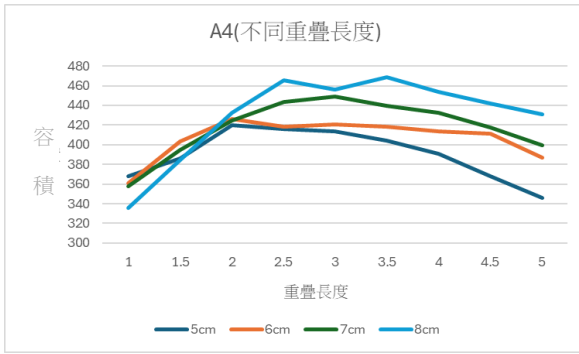
(11)、A3 影印紙(下底邊長 7 cm)

下底邊長 cm	重疊 長度 cm	角邊方 形邊長 cm	角邊方 形斜邊 cm	重疊斜 邊長 cm	H cm	下底面 積 cm^2	上底 邊長 cm	上底面 積 cm^2	容積 cm^3
7	1	6.3	8.9	9.8	4.1	49	19.5	380.3	773.27
7	1.5	5.9	8.34	9.9	5.33	49	18.7	349.7	940.92
7	2	5.6	7.92	9.9	5.94	49	18	324	988.02
7	2.5	5.2	7.35	10.1	6.93	49	17.3	299.3	1084.31
7	3	4.8	6.79	10.3	7.75	49	16.6	275.6	1138.75
7	3.5	4.4	6.22	10.5	8.46	49	15.9	252.9	1168.27
7	4	4.1	5.8	10.6	8.87	49	15.2	231.1	1142.79
7	4.5	3.8	5.37	10.7	9.25	49	14.5	210.3	1112.5
7	5	3.5	4.9	11	9.85	49	13.8	190.5	1103.57

(12)、A3 影印紙(下底邊長 8 cm)

下底邊長 cm	重疊 長度 cm	角邊方 形邊長 cm	角邊方 形斜邊 cm	重疊斜 邊長 cm	H cm	下底面 積 cm^2	上底 邊長 cm	上底面 積 cm^2	容積 cm^3
8	1	5.7	8.06	9.2	4.44	64	19.5	380.3	888.45
8	1.5	5.4	7.64	9.2	5.13	64	18.7	349.7	963.24
8	2	5	7.07	9.3	6.04	64	18	324	1071.09
8	2.5	4.6	6.5	9.4	6.79	64	17.3	299.3	1135.51
8	3	4.3	6.08	9.6	7.43	64	16.6	275.6	1170.001
8	3.5	4	5.66	9.7	7.88	64	15.9	252.9	1166.56
8	4	3.6	5.09	9.9	8.49	64	15.2	231.1	1179.3
8	4.5	3.2	4.52	10.1	9.03	64	14.5	210.3	1174.84
8	5	2.9	4.1	10.4	9.56	64	13.8	190.5	1162.87

三、研究發現



- (1)、同樣大小的紙張，固定底面積，其容積會隨重疊長度的增加而先增後減。
- (2)、同樣大小的紙張，固定底面積，截頭角錐的高會隨重疊的長度的增加而增加。
- (3)、同樣大小的紙張，固定底面積，上底面積會隨著截頭角錐的高遞增而遞減。

問題二：探討相同大小的紙張，不同底面積的截頭角錐其容積變化

首先，我們用影印紙折出不同底面積的截頭角錐，使其重疊長度分別為 1cm、2 cm、3 cm、4 cm，在相同條件下，固定重疊長度就可以使其截頭角錐的四個斜面的斜度也被固定，接著我們再依序測量角邊方形邊長，利用畢氏定理計算出角邊方形斜邊以及截頭角錐的高，最後量上底邊長、下底邊長，再利用截頭角錐的容積公式求得容積。觀察不同底面積對於截頭角錐容積會產生什麼樣的影響，其容積又會有什麼樣的變化。

一、整理

(1)、A4 影印紙(重疊長度 1 公分)

重疊 長度 cm	下 底 邊 長 cm	角邊方 形邊長 cm	角邊方 形斜邊 cm	重疊斜 邊長 cm	H cm	下底面 積 cm^2	上 底 邊 長 cm	上底面 積 cm^2	容積 cm^3
1	1	6	8.49	9.9	5.0	1	13.4	179.6	329.17
1	2	5.6	7.91	9.2	4.69	4	13.4	179.6	328.293
1	3	5.2	7.35	8.5	4.26	9	13.4	179.6	325.04
1	4	4.6	6.5	7.7	4.12	16	13.4	179.6	342.135
1	5	4.1	5.79	7	3.93	25	13.4	179.6	354.995
1	6	3.8	5.37	6.5	3.66	36	13.4	179.6	360.726
1	7	3.1	4.38	5.5	3.32	49	13.4	179.6	356.868
1	8	2.8	3.95	4.9	2.9	64	13.4	179.6	337.451
1	9	2.1	2.96	4.2	2.9	81	13.4	179.6	377.329
1	10	1.7	2.4	3.6	2.68	100	13.4	179.6	369.385
1	11	1.2	1.69	3	2.47	121	13.4	179.6	369.397
1	12	0.7	0.99	2.4	2.18	144	13.4	179.6	352.989
1	13	0.2	0.28	1.8	1.77	169	13.4	179.6	309.76
1	14	0							

(2)、A4 影印紙(重疊長度 2 公分)

重疊 長度 cm	下 底 邊 長 cm	角邊方 形邊長 cm	角邊方 形斜邊 cm	重疊斜 邊長 cm	H cm	下底面 積 cm^2	上 底 邊 長 cm	上底面 積 cm^2	容積 cm^3
2	1	5.5	7.78	9.9	6.12	1	12	144	320.28
2	2	5	7.07	9.3	6.04	4	12	144	346.333
2	3	4.5	6.36	8.7	5.93	9	12	144	373.723
2	4	4	5.65	8	5.66	16	12	144	392.209
2	5	3.5	4.94	7.2	5.23	25	12	144	399.129
2	6	3	4.24	6.6	5.05	36	12	144	424.678
2	7	2.5	3.53	5.9	4.72	49	12	144	436.122

2	8	2	2.82	5.2	4.36	64	12	144	442.166
2	9	1.5	2.12	4.5	3.96	81	12	144	440.518
2	10	1	1.41	4	3.74	100	12	144	453.988
2	11	0.5	0.7	3.5	3.42	121	12	144	453.616
2	11	0							

(3)、A4 影印紙(重疊長度 3 公分)

重疊 長度 cm	下 底 邊 長 cm	角邊方 形邊長 cm	角邊方 形斜邊 cm	重疊斜 邊長 cm	H Cm	下底面 積 cm^2	上 底 邊 長 cm	上底面 積 cm^2	容積 cm^3
3	1	4.7	6.65	10.4	7.99	1	10.6	112.4	330.23
3	2	4.2	5.93	9.7	7.67	4	10.6	112.4	351.639
3	3	3.7	5.23	8.9	7.2	9	10.6	112.4	367.549
3	4	3.2	4.52	8.2	6.84	16	10.6	112.4	389.226
3	5	2.7	3.81	7.5	6.46	25	10.6	112.4	409.606
3	6	2.2	3.11	6.9	6.15	36	10.6	112.4	435.135
3	7	1.7	2.4	6.2	5.71	49	10.6	112.4	448.733
3	8	1.2	1.69	5.6	5.33	64	10.6	112.4	464.575
3	9	0.7	0.98	5.1	5	81	10.6	112.4	481.555
3	10	0.3	0.42	4.5	4.48	100	10.6	112.4	475.413
3	11	0							

(4)、A4 影印紙(重疊長度 4 公分)

重疊 長度 cm	下 底 邊 長 cm	角邊方 形邊長 cm	角邊方 形斜邊 cm	重疊斜 邊長 cm	H cm	下底面 積 cm^2	上 底 邊 長 cm	上底面 積 cm^2	容積 cm^3
4	1	4	5.66	10.6	8.96	1	9.2	84.7	283.4
4	2	3.5	4.94	10	8.93	4	9.2	84.7	310.026
4	3	3.0	4.24	9.4	8.38	9	9.2	84.7	338.991
4	4	2.5	3.53	8.6	7.84	16	9.2	84.7	359.16
4	5	2	2.82	8	7.48	25	9.2	84.7	388.234

4	6	1.5	2.12	7.4	7.09	36	9.2	84.7	415.535
4	7	1	1.41	6.6	6.44	49	9.2	84.7	425.568
4	8	0.5	0.7	6.2	6.16	64	9.2	84.7	456.299
4	9	0	0	5.7	5.89	81	9.2	84.7	472.036

(5)、B4 影印紙(重疊長度 1 公分)

重疊 長度 cm	下 底 邊 長 cm	角邊方 形邊長 cm	角邊方 形斜邊 cm	重疊斜 邊長 cm	H cm	下底面 積 cm^2	上 底 邊 長 cm	上底面 積 cm^2	容積 cm^3
1	1	7.8	11.02	12.1	4.99	1	16.6	275.56	485.954
1	2	7.3	10.32	11.3	4.6	4	16.6	275.56	478.998
1	3	6.8	9.61	10.7	4.6	9	16.6	275.56	522.881
1	4	6.3	8.9	10	4.56	16	16.6	275.56	541.823
1	5	5.8	8.2	9.3	4.38	25	16.6	275.56	560.371
1	6	5.3	7.49	8.6	4.22	36	16.6	275.56	577.904
1	7	4.8	6.78	7.9	4.05	49	16.6	275.56	593.71
1	8	4.3	6.08	7.2	3.85	64	16.6	275.56	606.962
1	9	3.8	5.37	6.5	3.66	81	16.6	275.56	616.681
1	10	3.3	4.66	5.8	3.45	100	16.6	275.56	621.681
1	11	2.8	3.95	5.1	3.22	121	16.6	275.56	620.48
1	12	2.3	3.25	4.4	2.96	144	16.6	275.56	611.151
1	13	1.8		3.7		169	16.6	275.56	

(6)、B4 影印紙(重疊長度 2 公分)

重疊 長度 cm	下 底 邊 長 cm	角邊方 形邊長 cm	角邊方 形斜邊 cm	重疊斜 邊長 cm	H cm	下底面 積 cm^2	上 底 邊 長 cm	上底面 積 cm^2	容積 cm^3
2	1	7	9.89	12.2	7.14	1	15.3	234.1	595.112
2	2	6.5	9.19	11.5	6.91	4	15.3	234.1	618.895
2	3	6.1	8.62	10.8	6.5	9	15.3	234.1	625.923
2	4	5.7	8.05	10.1	6.1	16	15.3	234.1	631.424

2	5	5.3	7.49	9.5	5.84	25	15.3	234.1	652.941
2	6	5	7.07	8.8	5.24	36	15.3	234.1	631.899
2	7	4.2	5.93	8.1	5.51	49	15.3	234.1	716.294
2	8	3.6	5.09	7.4	5.37	64	15.3	234.1	752.718
2	9	3.1	4.38	6.7	5.07	81	15.3	234.1	764.695
2	10	2.6	3.67	6.1	4.87	100	15.3	234.1	790.261
2	11	2.1	2.96	5.4	4.51	121	15.3	234.1	786.828
2	12	1.6	2.26	4.8	4.23	144	15.3	234.1	792.582

(7)、B4 影印紙(重疊長度 3 公分)

重疊 長度 cm	下底 邊長 cm	角邊方 形邊長 cm	角邊方 形斜邊 cm	重疊斜 邊長 cm	H cm	下底面 積 cm^2	上底 邊長 cm	上底面 積 cm^2	容積 cm^3
3	1	6.2	8.76	12.3	8.63	1	13.8	190.4	590.142
3	2	5.7	8.05	11.9	8.76	4	13.8	190.4	647.902
3	3	5.2	7.35	11.1	8.31	9	13.8	190.4	667.484
3	4	4.8	6.78	10.4	7.88	16	13.8	190.4	687.161
3	5	4.3	6.08	9.8	7.68	25	13.8	190.4	728.645
3	6	3.7	5.23	9.1	7.44	36	13.8	190.4	767.444
3	7	3.2	4.52	8.4	7.08	49	13.8	190.4	792.687
3	8	2.7	3.81	7.7	6.69	64	13.8	190.4	813.174
3	9	2.2	3.11	7.1	6.38	81	13.8	190.4	841.659
3	10	1.7	2.4	6.5	6.04	100	13.8	190.4	862.455
3	11	1.3	1.83	5.9	5.6	121	13.8	190.4	865.679
3	12	0.9	1.27	5.3	5.14	144	13.8	190.4	857.552

(8)、B4 影印紙(重疊長度 4 公分)

重疊 長度 cm	下底 邊長 cm	角邊方 形邊長 cm	角邊方 形斜邊 cm	重疊斜 邊長 cm	H cm	下底面 積 cm^2	上底 邊長 cm	上底面 積 cm^2	容積 cm^3
4	1	5.5	7.77	12.7	10.04	1	12.4	153.8	559.397
4	2	5	7.07	12	9.69	4	12.4	153.8	589.995
4	3	4.5	6.36	11.3	9.34	9	12.4	153.8	622.379
4	4	4.0	5.65	10.7	9.08	16	12.4	153.8	664.105
4	5	3.5	4.94	10	8.69	25	12.4	153.8	697.327
4	6	3	4.24	9.4	8.38	36	12.4	153.8	738.599
4	7	2.5	3.53	8.7	7.95	49	12.4	153.8	767.258
4	8	2	2.82	8.1	7.59	64	12.4	153.8	801.922
4	9	1.5	2.12	7.5	7.19	81	12.4	153.8	830.542
4	10	1	1.41	6.9	6.75	100	12.4	153.8	850.403
4	11	0.5	0.7	6.4	6.36	121	12.4	153.8	871.771
4	12	0	0	5.9		144	12.4	153.8	

(9)、B4 影印紙(重疊長度 5 公分)

重疊 長度 cm	下底 邊長 cm	角邊方 形邊長 cm	角邊方 形斜邊 cm	重疊斜 邊長 cm	H cm	下底面 積 cm^2	上底 邊長 cm	上底面 積 cm^2	容積 cm^3
5	1	4.8	6.78	13	11.09	1	11.1	123.2	500.057
5	2	4.3	6.08	12.3	10.69	4	11.1	123.2	532.477
5	3	3.8	5.37	11.7	10.39	9	11.1	123.2	573.37
5	4	3.3	4.66	11.1	10.07	16	11.1	123.2	616.394
5	5	2.8	3.85	10.5	9.76	25	11.1	123.2	660.34
5	6	2.3	3.25	9.9	9.35	36	11.1	123.2	703.805
5	7	1.8	2.54	9.3	8.94	49	11.1	123.2	745.134
5	8	1.3	1.83	8.7	8.5	64	11.1	123.2	782.353
5	9	0.8	1.13	8.1	8.02	81	11.1	123.2	813.048
5	10	0.3	0.42	7.5	7.48	100	11.1	123.2	834.187
5	11	0				121	11.1	123.2	

(10)、A3 影印紙(重疊長度 1 公分)

重疊 長度 cm	下底 邊長 cm	角邊方 形邊長 cm	角邊方 形斜邊 cm	重疊斜 邊長 cm	H cm	下底面 積 cm^2	上底 邊長 cm	上底面 積 cm^2	容積 cm^3
1	1	9.2	13	14.1	5.46	1	19.5	380.3	729.45
1	2	8.7	12.3	13.4	5.31	4	19.5	380.3	749.24
1	3	8.2	11.5	12.7	5.38	9	19.5	380.3	803.06
1	4	7.7	10.88	12	5.06	16	19.5	380.3	797.029
1	5	7.2	10.18	11.4	5.13	25	19.5	380.3	859.1
1	6	6.7	9.47	10.5	4.53	36	19.5	380.3	804.208
1	7	6.3	8.9	9.8	4.1	49	19.5	380.3	769.734
1	8	5.7	8.05	9.2	4.45	64	19.5	380.3	887.161
1	9	5.2	7.35	8.4	4.06	81	19.5	380.3	861.641
1	10	4.7	6.64	7.8	4.09	100	19.5	380.3	918.715
1	11	4.2	5.93	7.0	3.72	121	19.5	380.3	883.725
1	12	3.7	5.23	6.2	3.33	144	19.5	380.3	840.56
1	13	3.2	4.525	5.4	2.9462	169	19.5	380.3	788.35
1	14	2.7	3.818	4.6	2.5652	196	19.5	380.3	726.152
1	15	2.2	3.111	3.8	2.1817	225	19.5	380.3	652.886
1	16	1.7	2.404	3	1.7944	256	19.5	380.3	567.191
1	17	1.2	1.697	2.2	1.4	289	19.5	380.3	467.017
1	18	0.7	0.99	1.4	0.9899	324	19.5	380.3	348.215

(11)、A3 影印紙(重疊長度 2 公分)

重疊 長度 cm	下底 邊長 cm	角邊方 形邊長 cm	角邊方 形斜邊 cm	重疊斜 邊長 cm	H cm	下底面 積 cm^2	上底 邊長 cm	上底面 積 cm^2	容積 cm^3
2	1	8.5	12.01	14.2	7.57	1	18	324	864.257
2	2	8	11.31	13.5	7.37	4	18	324	893.676
2	3	7.5	10.6	12.8	7.175	9	18	324	924.31

2	4	7	9.89	12.1	6.97	16	18	324	955.528
2	5	6.5	9.19	11.5	6.913	25	18	324	1011.18
2	6	6.0	8.48	10.7	6.52	36	18	324	1016.88
2	7	5.6	7.91	9.9	5.95	49	18	324	988.11
2	8	5	7.07	9.3	6.04	64	18	324	1071.22
2	9	4.5	6.36	8.5	5.63	81	18	324	1064.96
2	10	4	5.65	7.8	5.37	100	18	324	1081.22
2	11	3.5	4.94	7.1	5.1	121	18	324	1091
2	12	3	4.24	6.4	4.79	144	18	324	1092.5
2	13	2.5	3.536	5.7	4.471	169	18	380.3	1083.48
2	14	2	2.828	5	4.1231	196	18	380.3	1061.01
2	15	1.5	2.121	4.3	3.7403	225	18	380.3	1021.11
2	16	1	1.414	3.6	3.3106	256	18	380.3	957.864

(12)、A3 影印紙(重疊長度 3 公分)

重疊 長度 cm	下 底 邊 長 cm	角邊方 形邊長 cm	角邊方 形斜邊 cm	重疊斜 邊長 cm	H cm	下底面 積 cm^2	上 底 邊 長 cm	上底面 積 cm^2	容積 cm^3
3	1	7.8	11.02	14.4	9.26	1	16.6	275.6	904.53
3	2	7.3	10.32	13.7	9.01	4	16.6	275.6	938.917
3	3	6.8	9.61	13	8.75	9	16.6	275.6	974.946
3	4	6.3	8.9	12.3	8.48	16	16.6	275.6	1011.83
3	5	5.8	8.2	11.8	8.48	25	16.6	275.6	1084.57
3	6	5.3	7.49	10.9	7.91	36	16.6	275.6	1084.63
3	7	4.8	6.78	10.3	7.75	49	16.6	275.6	1138.13
3	8	4.3	6.08	9.6	7.42	64	16.6	275.6	1169.61
3	9	3.8	5.37	8.8	6.97	81	16.6	275.6	1175.26
3	10	3.3	4.66	8.1	6.62	100	16.6	275.6	1195.12
3	11	2.8	3.95	7.4	6.25	121	16.6	275.6	1206.85

3	12	2.3	3.25	6.7	5.85	144	16.6	275.6	1206.68
3	13	1.8	2.546	6	5.4332	169	18	380.3	1316.65
3	14	1.3	1.838	5.3	4.9709	196	18	380.3	1279.18
3	15	0.8	1.131	4.6	4.4587	225	18	380.3	1217.22
3	16	0.3	0.424	3.9	3.8769	256	18	380.3	1121.7

(13)、A3 影印紙(重疊長度 4 公分)

重疊 長度 cm	下 底 邊 長 cm	角邊方 形邊長 cm	角邊方 形斜邊 cm	重疊斜 邊長 cm	H cm	下底面 積 cm^2	上 底 邊 長 cm	上底面 積 cm^2	容積 cm^3
4	1	7	9.89	14.6	9.26	1	15.2	231.1	884.399
4	2	6.5	9.19	13.9	9.48	4	15.2	231.1	922.529
4	3	6	8.48	13.2	10.11	9	15.2	231.1	962.738
4	4	5.5	7.77	12.6	9.53	16	15.2	231.1	1017.17
4	5	5	7.07	12	9.7	25	15.2	231.1	1073.08
4	6	4.6	6.5	11.3	9.24	36	15.2	231.1	1103.33
4	7	4.1	5.79	10.6	8.87	49	15.2	231.1	1143.03
4	8	3.6	5.09	9.9	8.49	64	15.2	231.1	1179.17
4	9	3.1	4.38	9.2	8.09	81	15.2	231.1	1210.11
4	10	2.6	3.67	8.5	7.66	100	15.2	231.1	1233.93
4	11	2.1	2.96	7.8	7.21	121	15.2	231.1	1248.34
4	12	1.6	2.26	7.2	6.83	144	15.2	231.1	1270.07
4	13	1.1	1.556	6.6	6.414	169	15.2	380.3	1277.76
4	14	0.6	0.849	6	5.9397	196	15.2	380.3	1266.82
4	15	0.1	0.141	5.4	5.3981	225	15.2	380.3	1230.85
4	16	0							

(14)、A3 影印紙(重疊長度 5 公分)

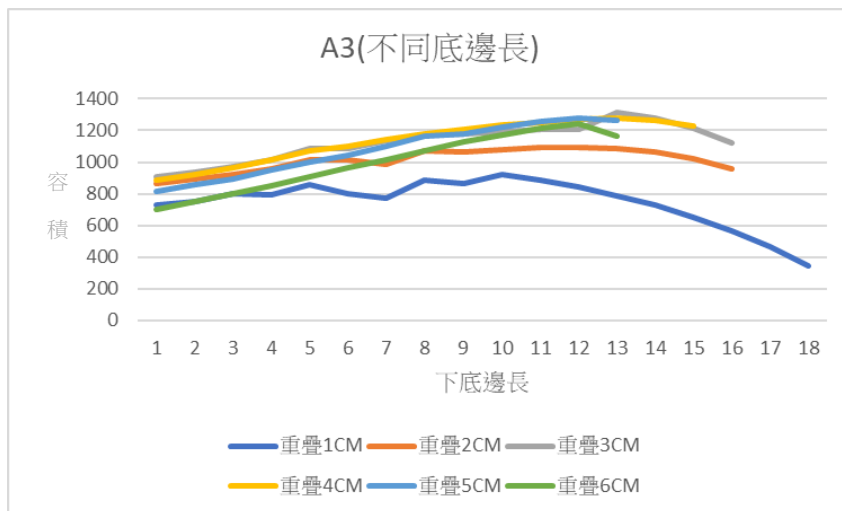
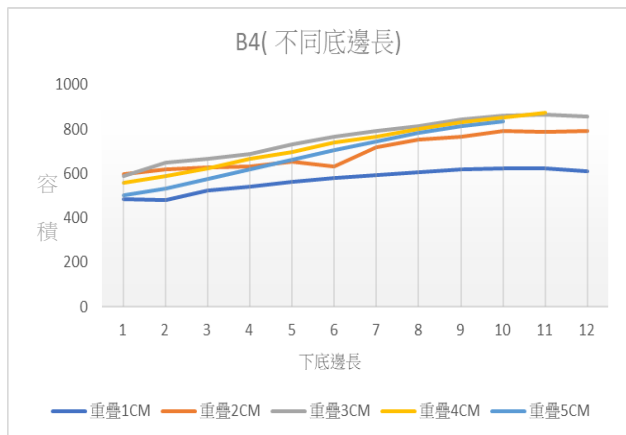
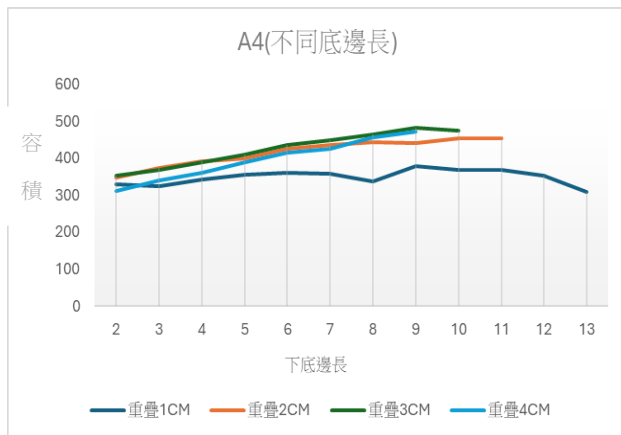
重疊 長度 cm	下底 邊長 cm	角邊方 形邊長 cm	角邊方 形斜邊 cm	重疊斜 邊長 cm	H cm	下底面 積 cm^2	上底 邊長 cm	上底面 積 cm^2	容積 cm^3
5	1	6.4	9.04	15	11.96	1	13.8	190.5	818.333
5	2	5.9	8.34	14.3	12.44	4	13.8	190.5	859.543
5	3	5.5	7.77	13.6	11.16	9	13.8	190.5	895.617
5	4	4.9	6.92	12.9	10.88	16	13.8	190.5	948.944
5	5	4.5	6.36	12.3	10.52	25	13.8	190.5	997.975
5	6	3.9	5.51	11.5	10.09	36	13.8	190.5	1040.19
5	7	3.5	4.94	11	10.04	49	13.8	190.5	1100.36
5	8	2.9	4.1	10.4	9.55	64	13.8	190.5	1162.28
5	9	2.5	3.53	9.6	8.9	81	13.8	190.5	1177.06
5	10	2.0	2.82	9	8.5	100	13.8	190.5	1220.2
5	11	1.5	2.12	8.4	8.12	121	13.8	190.5	1255.03
5	12	1	1.41	7.8	7.67	144	13.8	190.5	1278.56
5	13	0.5	0.707	7.2	7.16	169	13.8	190.5	1266.96
5	14	0							

(15)、A3 影印紙(重疊長度 6 公分)

重疊 長度 cm	下底 邊長 cm	角邊方 形邊長 cm	角邊方 形斜邊 cm	重疊斜 邊長 cm	H cm	下底面 積 cm^2	上底 邊長 cm	上底面 積 cm^2	容積 cm^3
6	1	6.1	8.62	15.3	12.64	1	12.4	153.8	704.081
6	2	5.6	7.91	14.7	12.39	4	12.4	153.8	753.624
6	3	5.1	7.21	14	12	9	12.4	153.8	799.784
6	4	4.6	6.5	13.3	11.6	16	12.4	153.8	848.224
6	5	4.1	5.79	12.7	11.3	25	12.4	153.8	906.792
6	6	3.6	5.09	12.1	10.97	36	12.4	153.8	966.543
6	7	3.1	4.38	11.4	10.52	49	12.4	153.8	1015.71
6	8	2.6	3.67	10.8	10.15	64	12.4	153.8	1072.89

6	9	21	2.96	10.2	9.76	81	12.4	153.8	1126.60
6	10	1.6	2.26	9.6	9.33	100	12.4	153.8	1174.77
6	11	1.1	1.55	9	8.86	121	12.4	153.8	1214.91
6	12	0.6	0.84	8.4	8.35	144	12.4	153.8	1243.97
6	13	0.1	0.141	7.2	7.1986	169	12.4	153.8	1161.28

二、研究發現



- (1)、同樣大小的紙張，固定重疊長度（高），其容積會隨著底面積(下底邊長)的增加而先增後減。
- (2)、同樣大小的紙張，固定重疊長度（高），截頭角錐的高會隨底面積(下底邊長)的增加而減少。

(3)、重疊長度固定不變時，上底邊長也不會改變，故上底面積也不變。

(4)、相同的限制下，並非底部面積越大，提容積就會越大。

問題三：探討不同大小的紙張，相同底面積及角度的截頭角錐，其容積的差異

首先，我們用不同邊長的正方形紙張折出相同底面積的截頭角錐，使其邊長分別為21cm~30cm，接著我們再依序測量角邊方形邊長，利用畢氏定理計算出角邊方形斜以及截頭角錐的高，最後量上底邊長、下底邊長，再利用截頭角錐的容積公式求得容積。觀察不同紙張大小對於截頭角錐容積會產生什麼樣的影響，而其容積又會有什麼樣的變化。

(1)、下底邊長 9 公分

紙張大小	重疊長度 cm	下底邊長 cm	角邊方形邊長 cm	角邊方形斜邊 cm	重疊斜邊長 cm	H cm	下底面積 cm^2	上底邊長 cm	上底面積 cm^2	容積 cm^3
21	3	9	0.4	0.566	4.7	4.66	81	9.8	96.04	412.522
22	3	9	0.7	0.99	5	4.90	81	10.5	110.25	466.822
23	3	9	1.1	1.556	5.5	5.27	81	11.3	127.69	545.812
24	3	9	1.6	2.263	5.9	5.44	81	12	144	604.823
25	3	9	1.9	2.687	6.3	5.69	81	12.7	161.29	677.312
26	3	9	2.2	3.111	6.8	6.04	81	13.4	179.56	768.226
27	3	9	2.5	3.536	7.2	6.27	81	14.1	198.81	850.317
28	3	9	2.8	3.96	7.7	6.60	81	14.8	219.04	953.675
29	3	9	3.1	4.384	8.1	6.81	81	15.5	240.25	1046.06
30	3	9	3.4	4.808	8.6	7.13	81	16.2	262.44	1162.8

(2)、下底邊長 10 公分

紙張大小	重疊長度 cm	下底邊長 cm	角邊方形邊長 cm	角邊方形斜邊 cm	重疊斜邊長 cm	H cm	下底面積 cm^2	上底邊長 cm	上底面積 cm^2	容積 cm^3
21	3	10	0.4	0.566	4.2	4.1617	100	9.8	96.04	407.905
22	3	10	0.7	0.99	4.5	4.3898	100	10.5	110.25	461.291

23	3	10	1.1	1.556	4.9	4.6465	100	11.3	127.69	527.672
24	3	10	1.6	2.263	5.3	4.7927	100	12	144	581.515
25	3	10	1.9	2.687	5.7	5.0269	100	12.7	161.29	650.635
26	3	10	2.2	3.111	6.1	5.2469	100	13.4	179.56	723.303
27	3	10	2.5	3.536	6.6	5.5731	100	14.1	198.81	817.042
28	3	10	2.8	3.96	7.1	5.8932	100	14.8	219.04	917.456
29	3	10	3.1	4.384	7.5	6.0852	100	15.5	240.25	1004.57
30	3	10	3.4	4.808	7.9	6.2682	100	16.2	262.44	1095.76

(3)、下底邊長 11 公分

紙張大小	重疊長度 cm	下底邊長 cm	角邊方形邊長 cm	角邊方形斜邊 cm	重疊斜邊長 cm	H cm	下底面積 cm^2	上底邊長 cm	上底面積 cm^2	容積 cm^3
21	3	11	0.4	0.566	3.7	3.6565	121	9.8	96.04	395.926
22	3	11	0.7	0.99	4	3.8756	121	10.5	110.25	447.951
23	3	11	1.1	1.556	4.3	4.0087	121	11.3	127.69	498.407
24	3	11	1.6	2.263	4.8	4.2332	121	12	144	560.194
25	3	11	1.9	2.687	5.1	4.3347	121	12.7	161.29	609.739
26	3	11	2.2	3.111	5.5	4.5354	121	13.4	179.56	677.228
27	3	11	2.5	3.536	6	4.8477	121	14.1	198.81	767.404
28	3	11	2.8	3.96	6.5	5.1546	121	14.8	219.04	863.981
29	3	11	3.1	4.384	6.9	5.3282	121	15.5	240.25	944.428
30	3	11	3.4	4.808	7.3	5.4927	121	16.2	262.44	1028.31

(4)、下底邊長 12 公分

紙張大小	重疊長度 cm	下底邊長 cm	角邊方形邊長 cm	角邊方形斜邊 cm	重疊斜邊長 cm	H cm	下底面積 cm^2	上底邊長 cm	上底面積 cm^2	容積 cm^3
21	3	12	0.4	0.566	3.4	3.3526	144	9.8	96.04	399.676
22	3	12	0.7	0.99	3.5	3.3571	144	10.5	110.25	425.51
23	3	12	1.1	1.556	3.8	3.467	144	11.3	127.69	470.69
24	3	12	1.6	2.263	4.2	3.5384	144	12	144	509.524
25	3	12	1.9	2.687	4.6	3.7336	144	12.7	161.29	569.615
26	3	12	2.2	3.111	5	3.9141	144	13.4	179.56	631.941
27	3	12	2.5	3.536	5.4	4.0817	144	14.1	198.81	696.618

28	3	12	2.8	3.96	5.9	4.3738	144	14.8	219.04	788.214
29	3	12	3.1	4.384	6.3	4.5244	144	15.5	240.25	860.009
30	3	12	3.4	4.808	7.3	5.4927	144	16.2	262.44	1100.08

(5)、下底邊長 13 公分

紙張大小	重疊長度 cm	下底邊長 cm	角邊方形邊長 cm	角邊方形斜邊 cm	重疊斜邊長 cm	H cm	下底面積 cm^2	上底邊長 cm	上底面積 cm^2	容積 cm^3
21	3	13	0.4	0.566	3.2	3.1496	169	9.8	96.04	412.01
22	3	13	0.7	0.99	3.1	2.9377	169	10.5	110.25	407.114
23	3	13	1.1	1.556	3.4	3.0232	169	11.3	127.69	447.027
24	3	13	1.6	2.263	3.8	3.0529	169	12	144	477.265
25	3	13	1.9	2.687	4.1	3.0968	169	12.7	161.29	511.37
26	3	13	2.2	3.111	4.5	3.2512	169	13.4	179.56	566.524
27	3	13	2.5	3.536	4.8	3.2465	169	14.1	198.81	596.4
28	3	13	2.8	3.96	5.4	3.6715	169	14.8	219.04	710.364
29	3	13	3.1	4.384	5.8	3.7974	169	15.5	240.25	773.081
30	3	13	3.4	4.808	6.5	4.3829	169	16.2	262.44	933.55

二、研究發現

(1)、紙張邊長每增加 1 公分，其容積大概會增加至 0.1 倍。

問題四、生活中的應用

生活中有許多垂手可得的紙張，丟掉了很可惜，不如拿來廢物再利用，既環保又經濟實用，以下是我們利用我們所研究的截頭角錐摺紙特性所摺出來的紙盒。

(1)、如果我們要裝的物品是屬於比較細長型的，我們可以選擇底部面積小、高比較長的

截頭角錐。(如下圖)

(2)、如果我們要裝的物品是散裝的小東西，例如：糖果、髮夾.....，我們就可以選擇打

不面積大，高比較短的結頭角錐。(如下圖)



陸、研究結果

- 一、 同樣大小的紙張，固定底面積，其容積會隨重疊長度的增加而先增後減，截頭角錐的高則是會隨重疊的長度的增加而增加。

- 二、 同樣大小的紙張，固定重疊長度（高），其容積會隨著底面積(下底邊長)的增加而先增後減。
- 三、 同樣大小的紙張，固定重疊長度（高），其容積會隨著底面積(下底邊長)的增加而先增後減，截頭角錐的高會隨底面積(下底邊長)的增加而減少。。
- 四、 截頭角錐的容積，並非底部面積越大，提容積就會越大。
- 五、 相同底面積及角度的截頭角錐，紙張邊長每增加 1 公分，其容積大概會增加 0.1 倍。
- 六、 我們可以依照我們身邊的廢紙以及所要裝的物品根據研究結果選擇一個最恰當的底面積大小與重疊長度來摺出所需的截頭角錐。

柒、研究心得

我們這次研究的主題是「錐」根究柢，利用了生活中廢棄的影印紙，折出不同的大小的截頭角錐，再一一去探討影響截頭角錐容積的因素，最後運用數學原理去實際計算何種折法會使其容積來到最大值發揮最大的效益，沒想到簡單的一張廢棄不用的影印紙隱藏了這麼多神奇的奧秘，感謝兩位辛苦的老師帶領我們一步一步地去尋找生活中的數學之美，並利用數學解決問題。因為參加科展，讓我們更加喜愛數學。

在這一年的研究過程中，我們常常因為碰到瓶頸而焦慮，也常常意見不合而起爭執，但也因為這樣讓我們從中學會團隊合作及彼此包容，這些都是難得可貴的，也因為如此，讓我們的感情更加融洽，團隊也變得更有默契，一起完成了這項研究。「團結就是力量」，謝謝數學團隊的所有夥伴，因為有你們的支持與陪伴，我們才能走到最後。仔細觀察，便能發現，生活中充滿數學，希望大家也能跟我們一起玩數學！

捌、未來研究方向

未來可以搭配資訊課程的 3D 列印，製作截頭角錐，3D 列印耗時且需要精準計算，在我們這次研究的基礎下，相信可以結合資訊科技的應用，拓展數學知識的應用。

玖、參考資料

康軒出版社(2023)。國小數學第十冊 第三單元 容積。

南一出版社(2023)。國中數學第三冊 第二章 第二章平方根與畢氏定理。

南一出版社(2023)。國中數學第六冊 第三章 柱體、錐體、空間中的線與平面。

翰林出版社（2016）。高中數學第一冊 2-1 簡單多項式函數及其圖形。

遠見天下文化出版股份有限公司（2007）。妙不可言的數學證明。